

«УТВЕРЖДАЮ»

И. о. ректора ТГУ

П. Н. Скаковская

«27» 09

2011



## Программа

вступительного испытания

для поступающих в аспирантуру

по направлению 01.06.01 — «Математика и механика»

направленность 01.01.06 —

«Математическая логика, алгебра и теория чисел»

### *Общие требования*

Поступающий в аспирантуру для обучения по программе «Математическая логика, алгебра и теория чисел» направления 01.06.01 «Математика и механика» должен знать университетские курсы дискретной математики, алгебры, математической логики, теории алгоритмов, теории сложности, теории автоматов и формальных языков. Поступающий должен уметь читать научную литературу по данной специальности на русском и английском языках, уметь пользоваться справочными изданиями и электронными ресурсами для поиска нужной информации.

### *Темы вступительных испытаний*

1. Конечные автоматы и регулярные языки. Способы задания регулярных языков и их эквивалентность. Замкнутость класса регулярных языков относительно теоретико-множественных операций и гомоморфизмов. Теорема о разрастании, доказательство неавтоматности языков. [1]
2. Магазинные автоматы и контекстно свободные грамматики. Эквивалентность задаваемых ими языков. Теорема Огдена, доказательство того, что

- язык не является контекстно свободным. Незамкнутость класса контекстно свободных языков относительно дополнений и пересечений. [5]
3. Графы. Пути на графах. Эйлеровы, гамильтоновы графы. Ориентированные и неориентированные графы. Плоские графы, теорема Эйлера о плоских графах. Алгоритмы на графах: поиск пути, поиск кратчайшего пути. Раскраска графов, двудольные графы. Деревья. Обход деревьев в глубину и в ширину. [1]
  4. Линейные пространства над полями, линейные функции и операторы. Линейная независимость векторов. Конечномерные пространства. Базис и размерность. Скалярное произведение векторов. Ортогональность векторов, ортонормированный базис. Евклидовы и унитарные пространства. [3]
  5. Представление линейных преобразований матрицами. Ортогональные, самосопряжённые, унитарные преобразования. Собственные вектора линейных преобразований, собственные значения. Характеристический многочлен. Переход от одного базиса к другому. Приведение матриц к диагональному виду. [3]
  6. Определители. Системы линейных уравнений. Совместность системы линейных уравнений. Формула Крамера. Метод Гаусса. Билинейные и квадратичные формы. Приведение квадратичной формы к сумме квадратов. Определённость квадратичных форм. Закон инерции. Критерий Сильвестра. [3]
  7. Алгебраические системы, подсистемы, термы, значение терма. Изоморфизмы. Свободные системы. Эквивалентности и конгруэнтности. Классы эквивалентности, фактор-системы. Гомоморфизмы. Основная теорема о гомоморфизмах. Декартовы произведения. Многообразия систем. Замкнутость многообразий относительно подсистем, гомоморфизмов и декартовых произведений. [4]
  8. Логика высказываний. Формулы логики высказываний. Семантика логики высказываний. Эквивалентность формул. Следование. Конъюнктивные и дизъюнктивные нормальные формы. Булевы функции, полные системы булевых функций, теорема Поста о полноте системы. Синтаксис