

Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Смирнов Сергей Николаевич  
Должность: врио ректора  
Дата подписания: 06.06.2022 16:44:45  
Уникальный программный ключ:  
69e375c64f7e975d4e8830e7b4fcc2ad1bf35f08



И.о. ректора

«УТВЕРЖДАЮ»

Л.Н. Скаковская

«25 » сентября 2017г.

**Программа вступительного испытания в магистратуру**  
Направление подготовки  
**02.04.01 Математика и компьютерные науки**  
Программа подготовки  
**Математический анализ**

Структура программы

1. В программе представлены разделы по дисциплинам: алгебра, математический анализ, геометрия, дифференциальные уравнения, функциональный анализ, теория функций комплексного переменного, математическая логика и теория алгоритмов, стохастический анализ.
2. Общее количество вопросов программы – 32.
3. Каждый билет содержит 2 теоретических вопроса и 1 задачу по теме, входящей в программу итогового квалификационного экзамена.
4. В качестве вопросов формулируются основные теоретические положения, предполагающие их развернутое обоснование при ответе.
5. Формулировка каждого вопроса четко определяет рамки и объем содержания ответа.
6. В приложении по каждому разделу указан рекомендуемый источник, доступный для использования в процессе подготовки к экзамену.

Содержание программы:

**Алгебра**

1. Понятие группы. Группа ортогональных матриц. Группа комплексных корней  $n$ -ой степени из 1.
2. Деление многочленов с остатком. Алгоритм Евклида. Критерий взаимной простоты двух многочленов.
3. Понятие линейного пространства и его базиса. Линейные преобразования. Собственные значения и собственные векторы линейных преобразований.
4. Система линейных однородных уравнений, ее ранг, базис семейства решений.. Связь с ядром линейного оператора и базисом ядра.
5. Матрица линейного преобразования, матрица квадратичной формы, их изменение при переходе к другому базису.
6. Положительно определенные квадратичные формы. Критерий Сильвестра.

## Математический анализ

7. Предел числовой последовательности. Единственность предела; ограниченность сходящейся последовательности. Предел и арифметические операции. Критерий Коши сходимости числовой последовательности.
8. Предел и непрерывность функции. Эквивалентные определения (по Коши и по Гейне). Основные свойства. Связь с арифметическими операциями. Непрерывность композиции. Односторонние пределы.
9. Теорема Вейерштрасса об ограниченности и о достижении экстремальных значений функции непрерывной на отрезке. Теорема Коши о промежуточных значениях непрерывной функции.
10. Производная и дифференциал, их геометрический смысл. Непрерывность дифференцируемой функции. Производная и арифметические операции, производная композиции и обратной функции.
11. Теоремы Ферма, Ролля, Коши и Лагранжа о дифференцируемых функциях. Необходимые и достаточные условия экстремума функции в терминах производной.
12. Интеграл Римана. Основные свойства интеграла: линейность, монотонность, аддитивность. Классы функций интегрируемых по Риману. Формула Ньютона-Лейбница. Замена переменной интеграле Римана.
13. Первообразная и неопределенный интеграл. Интеграл с переменным верхним пределом. Интегрирование по частям и замена переменной в неопределённом интеграле.
14. Числовые ряды, сходимость числового ряда, необходимое условие сходимости. Признаки сравнения, Коши и Даламбера сходимости положительных рядов. Признак Лейбница сходимости знакопеременного ряда.
15. Функциональные последовательности и ряды. Поточечная и равномерная сходимость. Условия непрерывности предельной функции сходящейся последовательности, почленного интегрирования и дифференцирования функционального ряда.
16. Степенные ряды. Теорема Коши-Адамара о структуре области сходимости степенного ряда. Радиус и интервал сходимости. Теорема Абеля о равномерной сходимости степенного ряда на отрезке. Непрерывность суммы степенного ряда.
17. Ряды Фурье. Достаточные условия сходимости ряда Фурье. Неравенство Бесселя и равенство Парсеваля для тригонометрических рядов.
18. Критерии моногенности и голоморфности функций комплексного переменного, условия Коши-Римана. Изолированные особые точки и вычеты.



## Геометрия

19. Различные виды уравнения прямой на плоскости и в пространстве. Расстояние от точки до прямой на плоскости. Угол между двумя прямыми.
20. Определение кривых второго порядка, их канонические уравнения. Эксцентриситет, директрисы кривых второго порядка, теорема об эксцентриситете.
21. Скалярное, векторное, смешанное произведение векторов в пространстве, их свойства, выражение через координаты сомножителей.
22. Способы задания кривой на плоскости. Уравнение касательной и нормали к параметризованной кривой и кривой, заданной уравнением  $F(x, y) = 0$ .
23. Способы задания поверхности. Уравнения касательной плоскости и нормали к параметризованной поверхности, к общей поверхности.
24. Длина кривой на поверхности. Первая квадратичная форма поверхности. Первая квадратичная форма плоскости, сферы, цилиндра.

## Дифференциальные уравнения

25. Обыкновенное дифференциальное уравнение первого порядка: общее и частное решения. Задача Коши, теорема существования и единственности. Метод решения однородного уравнения.
26. Линейное уравнение первого порядка. Теорема об общем решении. Метод вариации постоянных.
27. Линейное уравнение  $n$ -ого порядка с постоянными коэффициентами. Методы нахождения общего решения.

## Математическая логика и теория алгоритмов

28. Логико-математические языки: язык логики высказываний и язык логики предикатов. Выполнимость и тождественная истинность. Основные законы логики.
29. Алгоритмические проблемы в математике. Некоторые формализации понятия алгоритма: машины Тьюринга и конечные автоматы. Разрешимые и неразрешимые проблемы.

## Стохастический анализ

30. Случайные события, операции над событиями. Классическое определение вероятности. Независимые и зависимые события. Условные вероятности. Формула полной вероятности.
31. Схема независимых испытаний, формулы Бернулли. Биномиальное распределение.
32. Математическое ожидание и дисперсия дискретных и непрерывных случайных величин.

Список литературы для подготовки к экзамену:

Литература к разделу:

Алгебра

1. Курош А.Г. Курс высшей алгебры. С-Пб: Лань, 2008
2. Фаддеев Д.К., Соминский И.С. Сборник задач по высшей алгебре. С-Пб: Лань, 2008

Математический анализ

1. В.С. Шипачев. Математический анализ. Теория и практика: уч.пособие /. - 3-е изд. - М.: НИЦ ИНФРА-М, 2015. - 351 с.: <http://znanium.com/go.php?id=469727>
2. Г.М. Фихтенгольц. Курс дифференциального и интегрального исчисления.- Т. 1, 2, 3.- М.: Наука, 2005.
3. Б.П. Демидович. Сборник задач и упражнений по математическому анализу. М., Аст. Астрела, 2002.
4. Маркушевич А.И. Теория аналитических функций. Начала теории. Т. 1. М. Лань, 2009, 480 с..

Геометрия

1. Клетеник Д.В. Сборник задач по аналитической геометрии. М.: Наука, 2009.
2. Примаков Д.А. Геометрия и топология [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Д.А. Примаков, Р.Я. Хамидуллин.— Электрон. текстовые данные.— М.: Моск. Финансово-пром. ун-т «Синергия», 2011.— 272 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/17013.html>.— ЭБС «IPRbooks»
3. Шаров Г.С., Шелехов А.М., Шестакова М.А. Контрольные задания по курсу дифференциальной геометрии и топологии. Учебное пособие, Тверь, ТвГУ, 2010. 124 с.

Дифференциальные уравнения

1. Филиппов А.В. Сборник задач по дифференциальным уравнениям. Москва-Ижевск: НИЦ Регулярная и хаотическая динамика, 2009.
2. Петровский И.Г. Лекции по теории обыкновенных дифференциальных уравнений. «Либроком», 2009.

Математическая логика и теория алгоритмов

1. А.В. Пруцков, Л.Л. Волкова. Математическая логика и теория алгоритмов: учебник . М.: КУРС: ИНФРА-М, 2017. <http://znanium.com/go.php?id=773373>
2. Судоплатов С.В., Овчинникова Е.В. Математическая логика и теория алгоритмов. Новосибирск. НГТУ, 2012. - 254 с



2. Г.М. Фихтенгольц. Курс дифференциального и интегрального исчисления.- Т. 1, 2, 3.- М.: Наука, 2005.
3. Б.П. Демидович. Сборник задач и упражнений по математическому анализу. М., Аст. Астрела, 2002.
4. Маркушевич А.И. Теория аналитических функций. Начала теории. Т. 1. М. Лань, 2009, 480 с..

#### Геометрия

1. Клетеник Д.В. Сборник задач по аналитической геометрии. М.: Наука, 2009.
2. Примаков Д.А. Геометрия и топология [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Д.А. Примаков, Р.Я. Хамидуллин.— Электрон. текстовые данные.— М.: Моск. Финансово-пром. ун-т «Синергия», 2011.— 272 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/17013.html>.— ЭБС «IPRbooks»
3. Шаров Г.С., Шелехов А.М., Шестакова М.А. Контрольные задания по курсу дифференциальной геометрии и топологии. Учебное пособие, Тверь, ТвГУ, 2010. 124 с.

#### Дифференциальные уравнения

1. Филиппов А.В. Сборник задач по дифференциальным уравнениям. Москва-Ижевск: НИЦ Регулярная и хаотическая динамика, 2009.
2. Петровский И.Г. Лекции по теории обыкновенных дифференциальных уравнений. «Либроком», 2009.

#### Математическая логика и теория алгоритмов

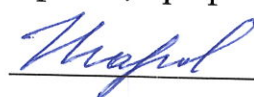
1. А.В. Пруцков, Л.Л. Волкова. Математическая логика и теория алгоритмов: учебник . М.: КУРС: ИНФРА-М, 2017.  
<http://znanium.com/go.php?id=773373>
2. Судоплатов С.В., Овчинникова Е.В. Математическая логика и теория алгоритмов. Новосибирск. НГТУ, 2012. - 254 с

#### Стохастический анализ

1. В.А.Колемаев, В.Н. Калинина. Теория вероятностей и математическая статистика: учебник. М. : Юнити-Дана, 2015. - 352 с.; То же [Электронный ресурс]. -URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=436721>

Руководитель ООП

д.ф.м.н., профессор



Г.С. Шаров