

Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Смирнов Сергей Николаевич
Должность: врио ректора
Дата подписания: 09.08.2023 10:49:17
Уникальный программный ключ:
69e375c64f7e975d4e8830e7b4fcc2ad1bf35f08

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
ФГБОУ ВО «Тверской государственный университет»

Утверждаю:
Руководитель ООП
_____ В.П. Цветков
«__» _____ 2021 г.

Рабочая программа дисциплины (с аннотацией)
Дифференциальная геометрия и топология

Направление подготовки
02.03.01 Математика и компьютерные науки

Направленность (профиль)
Математическое и компьютерное моделирование

Для студентов 4-го курса очной формы обучения

Составитель:
Цирулев А.Н.

Тверь, 2021

I. Аннотация

1. Цель и задачи дисциплины

Целью освоения дисциплины является овладение математическим аппаратом современной дифференциальной геометрии и топологии.

Задачами освоения дисциплины являются:

- усвоение основных понятий дифференциальной геометрии и топологии;
- обобщение и систематизация знаний, полученных при изучении математического анализа, аналитической геометрии и линейной алгебры;
- овладение навыками использования аппарата дифференциальной геометрии и топологии для решения задач математического моделирования.

2. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Данная дисциплина входит в базовую часть ООП «Математика и компьютерные науки». Изучение дисциплины основывается на знаниях студентов в области математического анализа, линейной алгебры, аналитической геометрии и дифференциальных уравнений.

Требования к начальному уровню подготовки студента, необходимому для успешного освоения дисциплины: знание основ математического анализа, линейной алгебры и аналитической геометрии; умение решать простейшие обыкновенные дифференциальные уравнения.

Дисциплина «Дифференциальная геометрия и топология» формирует у студента компетенции, которые будут в дальнейшем использоваться при изучении дисциплин «Математический анализ», «Уравнения с частными производными», специальных курсов.

Дисциплина изучается в 4-м семестре.

3. Объем дисциплины:

6 зачетных единиц, 216 академических часов, **в том числе:**

контактная аудиторная работа: лекции 34 часа, практические занятия 68 часов;
самостоятельная работа: 114 часов, в том числе контроль работы 27 часов.

4. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Планируемые результаты освоения образовательной программы (формируемые компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине
<p>УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач</p>	<p>УК-1.1 Анализирует задачу, выделяя ее базовые составляющие</p> <p>УК-1.2 Определяет, интерпретирует и ранжирует информацию, требуемую для решения поставленной задачи</p> <p>УК-1.5 Рассматривает и предлагает возможные варианты решения поставленной задачи, оценивая их достоинства и недостатки</p>
<p>ОПК-1 Способен консультировать и использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в профессиональной деятельности</p>	<p>ОПК-1.1 Использует базовые знания в области математики для решения задач математического моделирования естественных и социально-экономических систем</p> <p>ОПК-1.2 Применяет методы решения задач математического моделирования естественных и социально-экономических систем на основе теоретических знаний в профессиональной деятельности</p> <p>ОПК-1.3 Проводит консультации по решению конкретных задач математического моделирования</p>

5. Форма промежуточной аттестации, семестр прохождения: экзамен в 4-м семестре

6. Язык преподавания русский.

II. Содержание дисциплины, структурированное по темам с указанием отведенного количества академических часов и видов учебных занятий

Наименование тем	Всего (час.)	Контактная работа (час.)			Самост. работа, в т. числ. контроль
		Лекции	Практические занятия	Контроль самост. работы	
1. Кривые на плоскости и в пространстве.	54	8	16	7	30
2. Поверхности в трехмерном пространстве.	60	10	20	7	30
3. Элементы общей и алгебраической топологии.	54	8	16	7	30
4. Элементы дифференциальной геометрии многообразий	48	8	16	6	24
5. ИТОГО	216	34	68	31	114

III. Образовательные технологии

Учебная программа – наименование разделов	Вид занятия	Образовательные технологии
1. Кривые на плоскости и в пространстве. 2. Поверхности в трехмерном пространстве	Практические занятия	Дискуссионные технологии: круглый стол
3. Элементы общей и алгебраической топологии.	Практические занятия	Дискуссионные технологии: дебаты Метод case-study
4. Элементы дифференциальной геометрии многообразий	Практические занятия	Тренинг Метод case-study
5. Кривые на плоскости и в пространстве. 6. Поверхности в трехмерном пространстве	Лекции	Активное слушание
7. Элементы общей и алгебраической топологии.	Лекции	Активное слушание
8. Элементы дифференциальной геометрии многообразий	Лекции	Активное слушание Технологии развития критического мышления

IV. Оценочные материалы для проведения текущей и промежуточной аттестации

Текущая аттестация проводится во время контактной работы и включает в себя выполнение типовых контрольных заданий, которые будут включены в программу экзамена. Экзамен проводится в устной форме и включает в себя ответ на устный вопрос и выполнение типового задания, аналогичного заданиям, выполняемым в процессе контактных занятий.

Типовые контрольные задания и/или критерии для проверки

Требования к обучающемуся	Типовые контрольные задания для оценки знаний, умений, навыков	Показатели и критерии оценивания, шкала оценивания
Уметь формализовать знания в виде формул, необходимых для решения задачи	<ol style="list-style-type: none">1. Найти репер Френе и записать формулы Френе для винтовой линии.2. Вычислить главные кривизны геликоида.3. Найти группу гомотопий проколотаго двумерного тора.4. Вычислить объем трехмерной сферы.	<p>Имеется верное решение, включающее правильный ответ (приведенное доказательство верно) – 5 баллов;</p> <p>Имеется верное решение части задачи – 2 балла;</p> <p>Решение не дано ИЛИ дано неверное решение – 0 баллов</p>

4. Шкала оценивания – устный экзамен

№.	Тип ответа или степень выполнения контрольного задания	Оценка в баллах
1.	Полный ответ	5
2.	Неполный, но правильный и логически точный ответ	4
3.	Неполный ответ, содержащий мелкие неточности или несущественные ошибки в выполнении контрольного задания	3
4.	Частичный ответ, освещающий лишь некоторые аспекты вопроса, или грубые ошибки в выполнении контрольного задания при хорошем понимании метода	2

5.	Нет конкретного ответа, но есть общее понимание темы	1
----	--	---

V. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

а) Основная литература:

- 1) Паньженский В.И. Введение в дифференциальную геометрию [Электронный ресурс]. Учеб. пособие . Санкт-Петербург : Лань, 2015, 240 с.
Режим доступа: http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=67459
- 2) Погорелов А.В. Дифференциальная геометрия. М. Наука, 1974, 174стр.
Режим доступа: <https://booksee.org/book/444704>

б) Дополнительная литература:

Розендорн Э.Р. Задачи по дифференциальной геометрии / Э.Р. Розендорн. - 3-е изд., испр. и доп. - Москва : Физматлит, 2008. - 142 с. - ISBN 978-5-9221-0821-8 ; То же [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=68376>

г) Информационные ресурсы:

ЭБС "Издательство Лань" <http://e.lanbook.com>

ЭБС ZNANIUM.COM www.znanium.com

<http://library.tversu.ru/>

<https://arxiv.org/>

<http://www.mathnet.ru/>

<http://www.mi-ras.ru/>

VI. Методические материалы для обучающихся по освоению дисциплины

Подробное содержание изучаемых тем:

Тема 1. Кривые на плоскости и в пространстве

1. Параметрические уравнения кривой. Гладкая кривая. Касательный вектор к гладкой кривой. Регулярные точки кривой. Эквивалентные кривые. Длина кривой. Натуральный параметр. Свойства первой и второй производной радиус-вектора по натуральному параметру.

2. Кривые на плоскости. Кривизна кривой. Радиус кривизны. Точки спрямления. Нормаль к кривой. Сопровождающий базис Френе. Формулы Френе для плоской кривой.
3. Кривые в трехмерном пространстве. Кривизна. Векторы главной нормали и бинормали. Сопровождающий базис Френе. Кручение кривой. Формулы Френе для пространственной кривой. Винтовая линия. Соприкасающаяся, нормальная и спрямляющая плоскости. Проекция кривой на плоскости сопровождающего трехгранника.

Тема 2. Поверхности в трехмерном пространстве

1. Поверхности и их параметризации. Координатная сеть. Параметрические уравнения плоскости, сферы, геликоида, цилиндра и конуса. Поверхности вращения.
2. Линейчатые поверхности. Поверхности касательных, главных нормалей и бинормалей к гладкой кривой.
3. Кривые на поверхности. Касательный вектор, касательная плоскость и нормаль к поверхности. Замена координат на поверхности. Гладкие отображения поверхностей и их дифференциалы.
4. Длина кривой на поверхности. Первая квадратичная форма поверхности. Угол между кривыми на поверхности. Площадь области на поверхности. Определитель Грама. Первая квадратичная форма плоскости, сферы, цилиндра, произвольной поверхности вращения, геликоида.
5. Изометрические отображения поверхностей. Необходимое и достаточное условие изометричности отображения. Изометричные поверхности. Локальная изометричность геликоида и катеноида, развертываемой поверхности и плоскости.
6. Нормальные сечения поверхности. Вторая квадратичная форма.
7. Индикатриса Дюпена. Классификация точек поверхности.
8. Главные кривизны поверхности. Полные кривизны сферы и псевдосферы.
9. Символы Кристоффеля. Деривационные формулы Вейнгартена.
10. Теорема Гаусса. Формулы Петерсона-Кодацци. Гауссовы координаты. Поверхности постоянной кривизны.
11. Геодезические линии.

Тема 3. Элементы общей топологии

1. Определение и примеры топологических пространств. Метрическая топология.

2. Классификация точек относительно подмножеств топологического пространства. Аксиомы отделимости. Хаусдорфовость. Компактность.
3. Непрерывные отображения. Гомеоморфизм. Топологические инварианты. Гомотопия.

Тема 4. Элементы дифференциальной геометрии многообразий

1. Понятие многообразия. Касательное пространство.
2. Тензорные поля. Метрика.
3. Дифференциальные формы. Форма объема.
4. Ковариантное дифференцирование. Геодезические.
5. Кривизна и кручение.

Перечень вопросов для проведения экзамена

- 1) Параметрические уравнения кривой. Касательный вектор. Длина кривой, натуральный параметр.
- 3) Кривизна плоской кривой. Формулы Френе.
- 4) Репер Френе пространственной кривой.
- 5) Формулы Френе для пространственной кривой.
- 7) Поверхности и их параметризации. Координатная сеть. Примеры.
- 10) Кривые на поверхности. Касательный вектор и нормаль к поверхности.
- 12) Длина кривой на поверхности. Первая квадратичная форма поверхности.
- 13) Угол между кривыми на поверхности. Площадь области на поверхности.
- 15) Нормальные сечения поверхности. Вторая квадратичная форма.
- 17) Главные кривизны поверхности.
- 21) Определение и примеры топологических пространств.
- 23) Аксиомы отделимости. Хаусдорфовость. Компактность.
- 24) Непрерывные отображения и гомеоморфизмы. Топологические инварианты.
- 25) Гомотопическая группа поверхности.
- 26) Понятие многообразия. Касательные пространства и векторные поля.
- 27) Метрика на многообразии.

28) Дифференциальные формы. Форма объема (площади).

29) Ковариантная производная. Геодезические.

30) Кривизна и кручение.

VII. Материально-техническое обеспечение

Учебная аудитория с мультимедийной установкой.

VIII. Сведения об обновлении рабочей программы дисциплины

№п.п.	Обновленный раздел рабочей программы дисциплины	Описание внесенных изменений	Реквизиты документа, утвердившего изменения