

Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Смирнов Сергей Николаевич
Должность: врио проректора
Дата подписания: 09.10.2023 14:17:33
Уникальный программный ключ:
69e375c64f7e975d4e8830e7b4fcc2ad1bf35f08

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
ФГБОУ ВО «Тверской государственный университет»




Утверждаю:
Руководитель ООП _____ А.А. Голубев
«12» октября 2019 г.

Рабочая программа дисциплины (с аннотацией)
Элементарная математика (геометрия)

Направление подготовки
01.03.01. МАТЕМАТИКА

Профиль подготовки
Преподавание математики и информатики

Для студентов 1 курса
Форма обучения очная

Составитель: 
к.ф.-м.н., доцент А.А. Голубев

Тверь, 2019

I. Аннотация

1. Цель и задачи дисциплины

Целью учебной дисциплины является формирование и развитие у обучающихся профессиональных компетенций; освоение математического аппарата и теоретических положений разделов математики (геометрии), имеющих непосредственные приложения к школьному курсу математики.

Задачи:

- обобщение и систематизация знаний по ключевым темам школьного курса геометрии;
- закрепление умений и навыков решения основных типов задач школьного курса геометрии;
- формирование умения осуществлять поиск решения нестандартных задач и задач повышенного уровня сложности.

2. Место дисциплины в структуре ООП

Дисциплина относится к формируемой участниками образовательных отношений части блока 1 – к дисциплинам, углубляющим универсальные компетенции и формирующим профессиональные компетенции, изучается на первом курсе, параллельно с дисциплинами «Математический анализ», «Алгебра», «Аналитическая геометрия». Курс базируется на знаниях школьного курса математики, предшествует дальнейшему изучению курсов «Математический анализ», «Методика преподавания математики», дисциплин по выбору обучающихся.

Дисциплина изучается на 1 курсе (2 семестр).

3. Объем дисциплины: 4 зачетные единицы, 144 академических часа, в том числе:

контактная аудиторная работа: практические занятия 38 часов;

самостоятельная работа: 106 часов.

4. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Планируемые результаты освоения образовательной программы (формируемые компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине
ПК-1 Способен преподавать математику и (или) информатику в средней школе, специальных учебных заведениях на основе полученного фундаментального образования и научного мировоззрения	ПК-1.1 Применяет современные методики преподавания профессиональных дисциплин ПК-1.2 Планирует учебные занятия по образовательным программам с учетом уровня подготовки и психолого-возрастных особенностей аудитории

5. Форма промежуточной аттестации и семестр прохождения зачет (2 семестр).

6. Язык преподавания: русский.

II. Содержание дисциплины и структура учебных видов деятельности

Учебная программа – наименование разделов и тем	Всего (час.)	Контактная работа	Самостоятельная работа, в том числе контроль (час.)
		Практические занятия	
Тема 1. Окружность и круг (1 часть) Основные определения. Свойства окружности, некоторые простейшие формулы. Простейшие задачи с окружностью.	12	2	10
Тема 2. Окружность и круг (2 часть) Метрические соотношения в окружности и круге. Свойства вписанных и центральных углов. Свойства пересекающихся хорд, секущих и касательных к окружности. Дна дуги. Площадь сегмента и сектора.	14	2	12
Тема 3. Треугольники Метрические соотношения в треугольнике. Медианы, биссектрисы и высоты треугольника. Площадь треугольника. Подобие треугольников. Равнобедренный, равносторонний и прямоугольный треугольник. Вписанный и описанный треугольник	18	4	14
Тема 4. Четырехугольники Трапеция, параллелограмм, прямоугольник квадрат и ромб. Метрические соотношения в четырехугольнике. Площадь четырехугольника. Правильные многоугольники. Вписанный и описанный четырехугольник	20	6	14
Тема 5. Общие методы решения задач на плоскости Метод геометрических преобразований. Координатный и векторный метод	20	6	14
Тема 6. Стереометрия Общие сведения о полных изображениях. Простейшие построения в пространстве (позиционные задачи). Построения на изображениях	60	18	42

<p>многогранников (позиционные задачи). Общие сведения о метрически определенных изображениях. Простейшие построения в пространстве (метрические задачи). Построения на изображениях многогранников (метрические задачи). Угол между скрещивающимися прямыми. Расстояние от точки до прямой, до плоскости и расстояние между скрещивающимися прямыми. Угол между прямой и плоскостью. Угол между плоскостями. Двугранный и многогранный углы. Площади сечений. Площади поверхностей. Объемы.</p>			
ИТОГО	144	38	106

III. Образовательные технологии

Преподавание учебной дисциплины строится на сочетании аудиторных занятий и различных форм самостоятельной работы студентов.

Также на занятиях практикуется самостоятельная работа студентов, выполнение заданий в малых группах, письменные работы, моделирование дискуссионных ситуаций, работа с раздаточным материалом, привлекаются ресурсы сети INTERNET. Курс предусматривает выполнение контрольных и самостоятельных работ, письменных домашних заданий. В качестве форм контроля используются различные варианты взаимопроверки и взаимоконтроля.

Интерактивное взаимодействие студентов с одной стороны и преподавателя с другой, а также студентов между собой и с преподавателем во время практических занятий.

Образовательные технологии

1. Дискуссионные технологии
2. Информационные (цифровые)
3. Технологии развития критического мышления

Современные методы обучения

1. Активное слушание
2. Лекция (традиционная)

IV. Оценочные материалы для проведения текущей и промежуточной аттестации

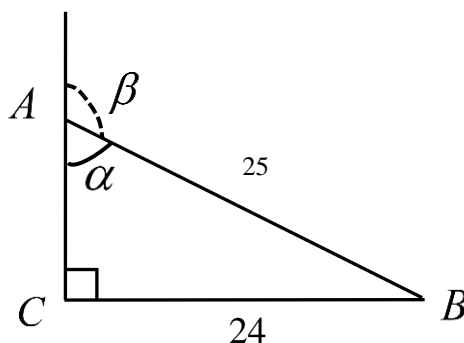
1. Оценочные материалы для проведения текущей аттестации

Простейшие задачи с окружностью

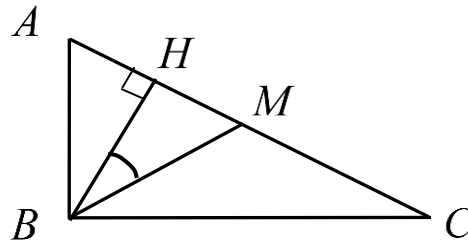
1. Чему равен острый вписанный угол, опирающийся на хорду, равную радиусу окружности? Ответ дайте в градусах.
2. Чему равен тупой вписанный угол, опирающийся на хорду, равную радиусу окружности? Ответ дайте в градусах.
3. Радиус окружности равен 1. Найдите величину острого вписанного угла, опирающегося на хорду, равную $\sqrt{2}$. Ответ дайте в градусах.
4. Центральный угол на 36° больше острого вписанного угла, опирающегося на ту же дугу окружности. Найдите вписанный угол. Ответ дайте в градусах.
5. Найдите вписанный угол, опирающийся на дугу, которая составляет 0,2 окружности. Ответ дайте в градусах.
6. Дуга окружности AC , не содержащая точки B , составляет 200° , а дуга окружности BC , не содержащая точки A , составляет 80° . Найдите вписанный угол ACB . Ответ дайте в градусах.
7. Найдите угол ACB , если вписанные углы ADB и DAE опираются на дуги окружности, градусные величины которых равны соответственно 118° и 38° . Ответ дайте в градусах.
8. Треугольник ABC вписан в окружность с центром O . Найдите угол BOC , если угол BAC равен 32° .

Решение треугольников

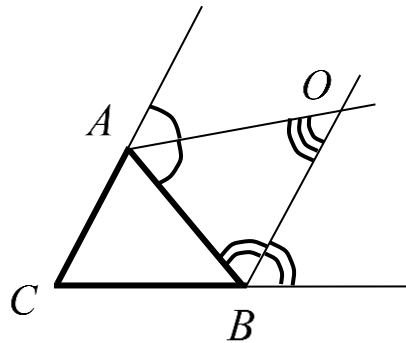
9. В треугольнике ABC угол BAC равен 110° , AD – биссектриса угла A , угол C меньше угла ADC в три раза. Найдите градусную меру угла B .
10. В треугольнике ABC угол C равен 90° , $AB = 25$, $BC = 24$. Найдите косинус внешнего угла при вершине A .



11. В прямоугольном треугольнике ABC угол между высотой BH и медианой BM , проведёнными из вершины прямого угла B , равен 20° . Найдите градусную меру большего из острых углов этого треугольника.



12. В треугольнике ABC угол C равен 82° , биссектрисы внешних углов при вершинах A и B пересекаются в точке O . Найдите градусную меру угла AOB .

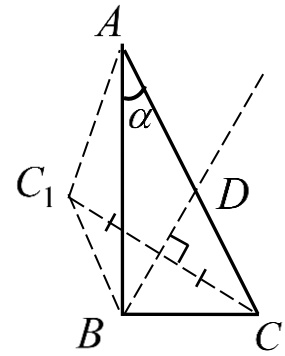
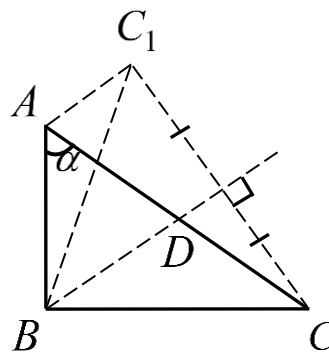
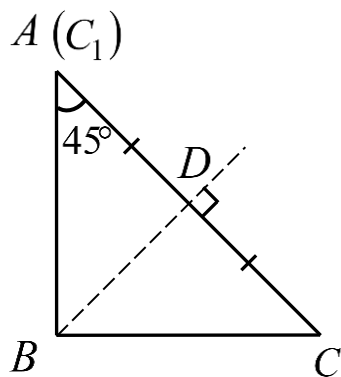


13. Дан прямоугольный треугольник ABC с прямым углом при вершине B и углом α при вершине A . Точка D – середина гипотенузы. Точка C_1 симметрична точке C относительно прямой BD . Найдите угол AC_1B .

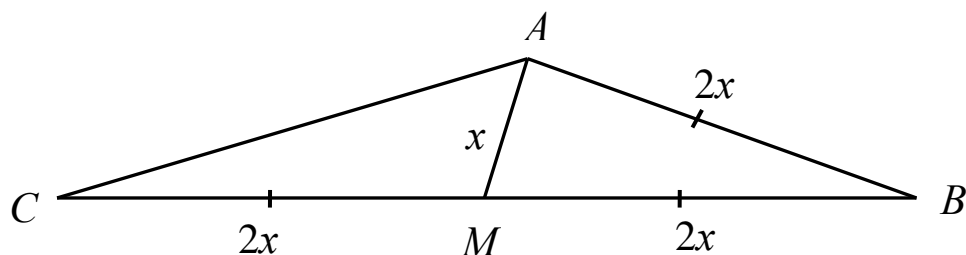
Случай $\alpha = 45^\circ$

Случай $\alpha > 45^\circ$

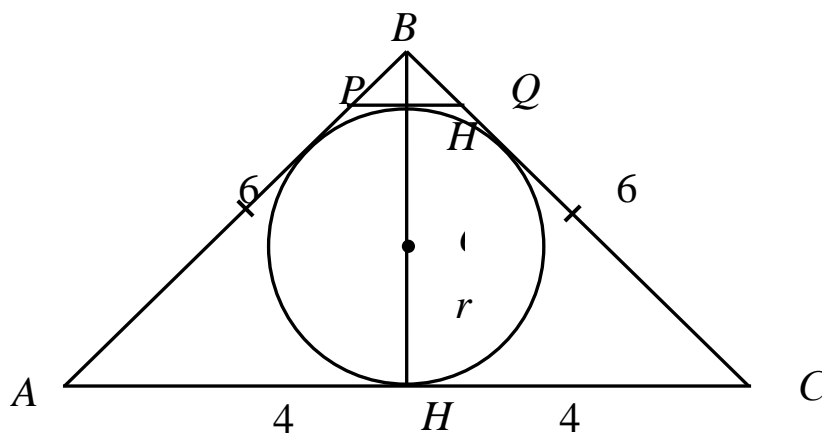
Случай $\alpha < 45^\circ$



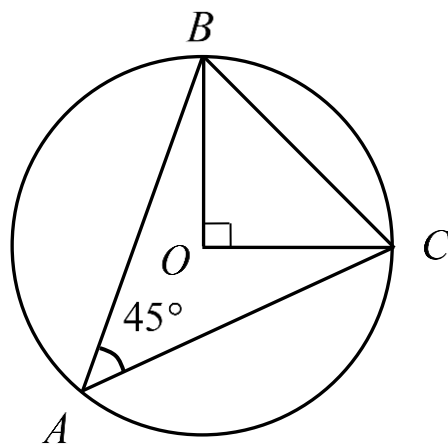
14. Известно, что в треугольнике ABC медиана AM в четыре раза меньше его стороны BC и треугольник ABM – равнобедренный. Требуется найти величину углов треугольника ABC .



15. Найдите периметр треугольника, стороны которого составляют арифметическую прогрессию с разностью 3, если известно, что произведение радиусов вписанной и описанной окружностей равно 120.
16. К окружности, вписанной в равнобедренный треугольник с основанием 8 и боковой стороной 6, проведена касательная, параллельная основанию. Найдите длину отрезка касательной, заключённой между сторонами треугольника.

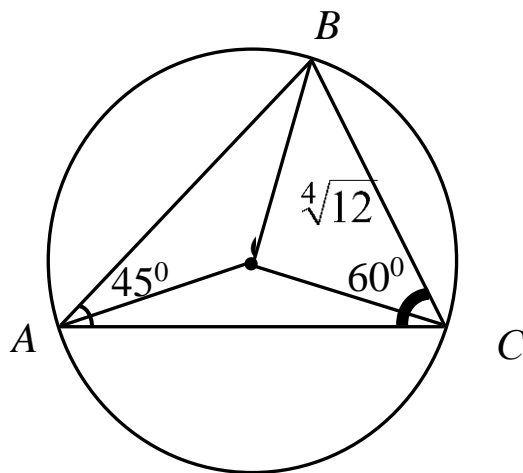


17. Найдите длину хорды BC , на которую опирается угол BAC в 45° , вписанный в окружность радиуса $\sqrt{2}$.



18. В треугольнике ABC угол C равен 60° , $AB = \frac{\sqrt{3}}{5}$. Найдите радиус окружности, описанной около треугольника ABC .

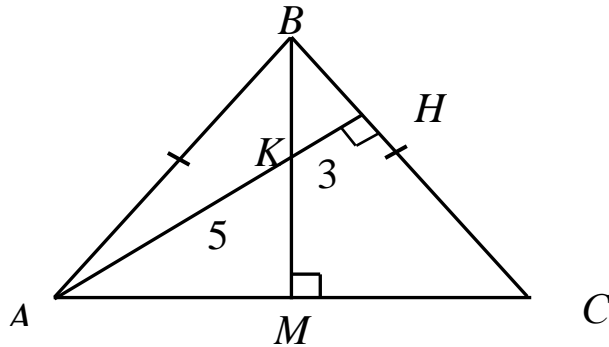
19. В треугольнике ABC величины углов BAC и BCA равны соответственно 45° и 60° , а длина стороны BC равна $\sqrt[4]{12}$. Найдите площадь треугольника BOA , где O – центр описанной около треугольника ABC окружности.



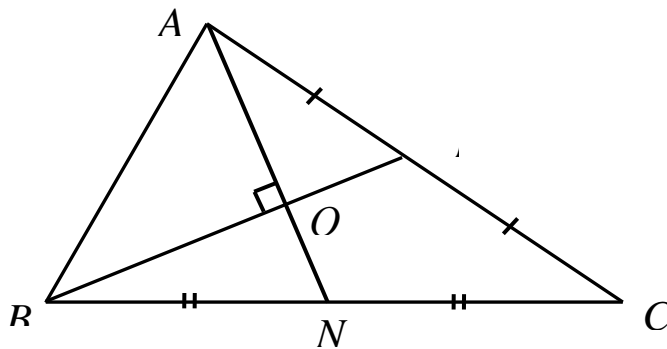
20. Углы α , β и γ некоторого треугольника удовлетворяют равенству $\cos 3\alpha + \cos 3\beta + \cos 3\gamma = 1$. Докажите, что один из углов этого треугольника равен 120° .

21. Высота прямоугольного треугольника делит его на два треугольника, периметры которых равны m и n . Найдите периметр данного треугольника.

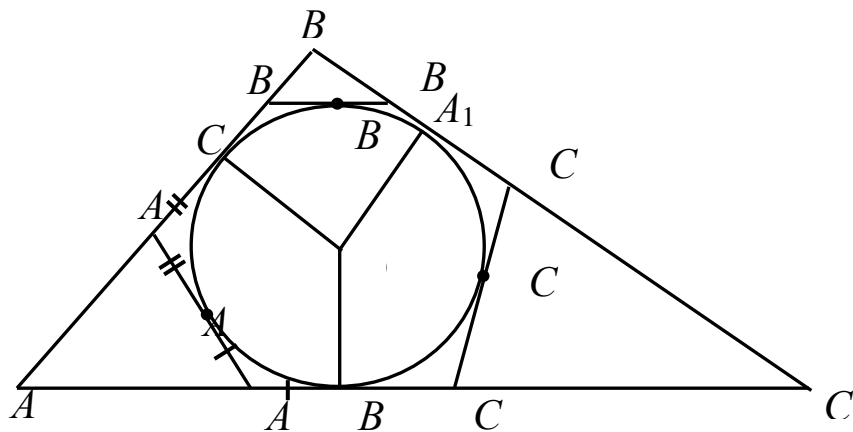
22. В равнобедренном остроугольном треугольнике ABC с основанием AC высоты BM и AN пересекаются в точке K , причём $AK = 5$, $KH = 3$. Найдите площадь треугольника ABK .



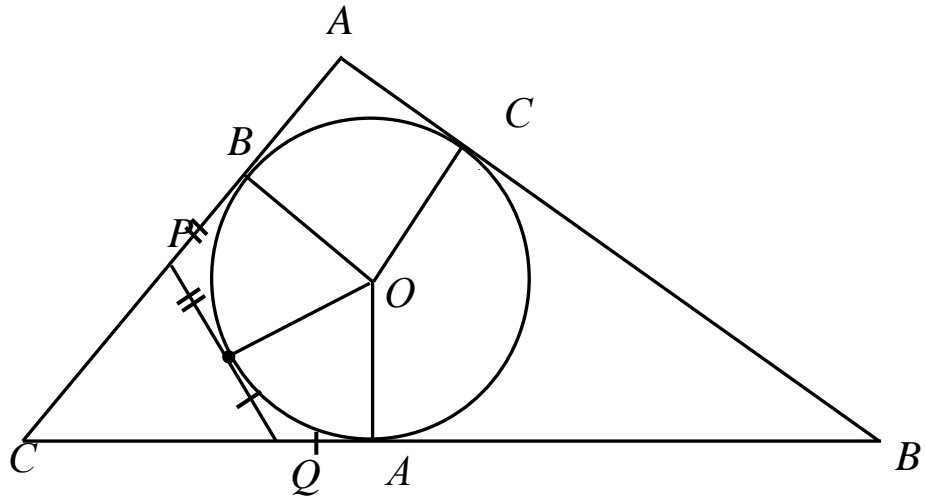
23. Стороны AC и BC треугольника ABC равны соответственно 6 и 8. Медианы BM и AN , проведенные к этим сторонам, взаимно перпендикулярны. Найдите длину стороны AB .



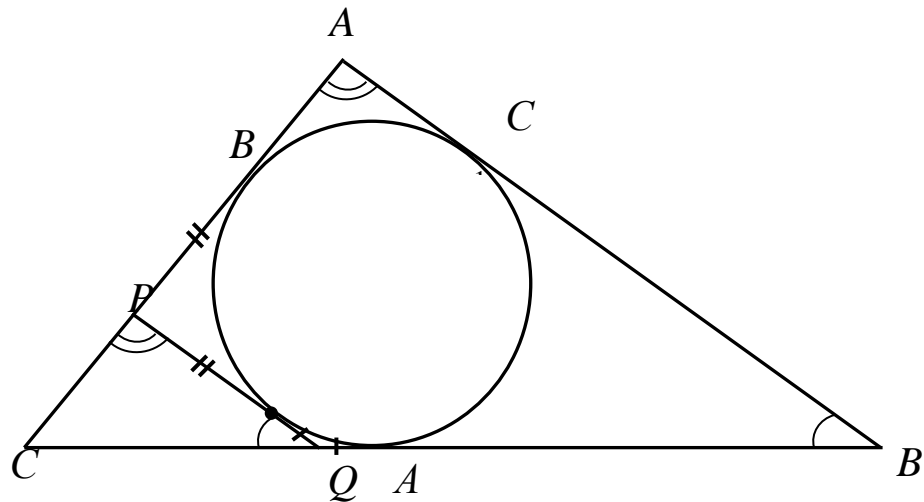
24. К окружности, вписанной в треугольник ABC , проведены три касательные. Периметры треугольников, отсечённых этими касательными от треугольника ABC , равны 8, 9, 11. Найдите периметр треугольника ABC .



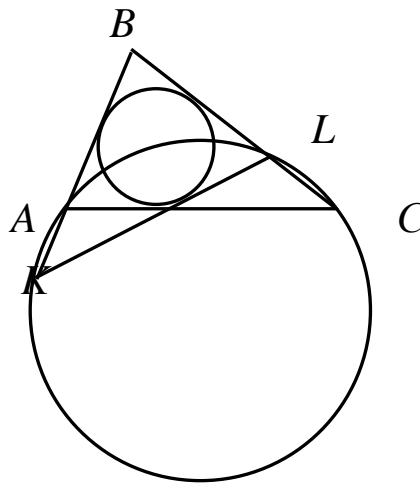
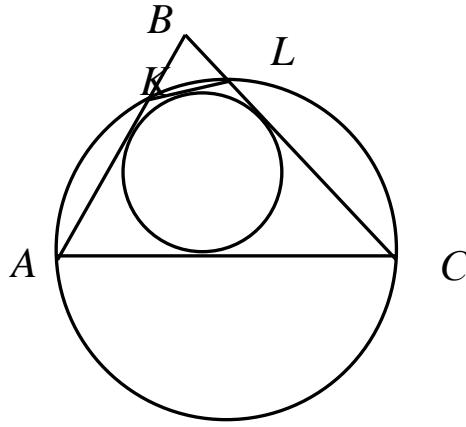
25. К окружности, вписанной в треугольник ABC , проведена касательная, пересекающая стороны AC и BC в точках P и Q соответственно. Известно, что $AB = 19$, а периметр треугольника ABC равен 69. Найдите периметр треугольника CPQ .



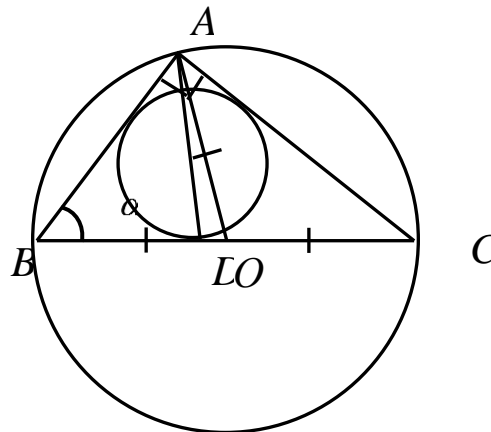
2. К окружности, вписанной в треугольник ABC , проведена касательная, параллельная стороне AB и пересекающая стороны AC и BC в точках P и Q соответственно. Известно, что $AB = 17$, а периметр треугольника CPQ равен 16. Найдите длину отрезка PQ .



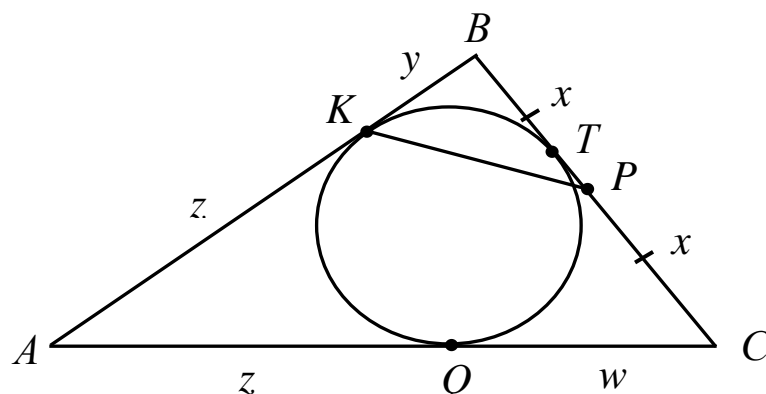
26. (ЕГЭ 2012, С4). В треугольник ABC стороны $AB = 5$, $BC = 6$, $AC = 7$. Окружность, проходящая через точки A и C , пересекает прямые AB и BC в точках K и L , отличных от вершин треугольника. Отрезок KL касается окружности, вписанной в треугольник ABC . Найдите длину отрезка KL .



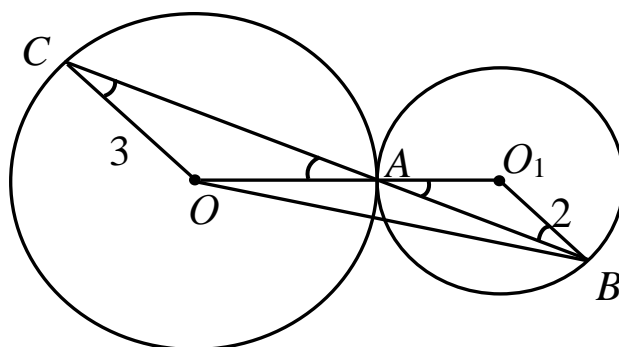
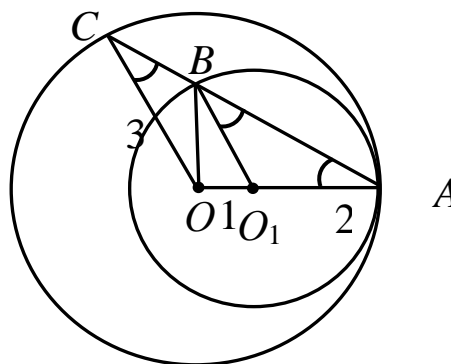
27. Один из острых углов прямоугольного треугольника равен α , длина биссектрисы прямого угла треугольника равна a . Найдите радиус окружности, вписанной в данный треугольник, и радиус окружности, описанной около данного треугольника.



28. Окружность, вписанная в треугольник ABC , касается стороны AB в точке K . Точка P является серединой стороны BC . Площадь треугольника BKP относится к площади четырёхугольника $AKPC$ как 5:11. Найдите отношение $\frac{BC - AC}{AB}$.

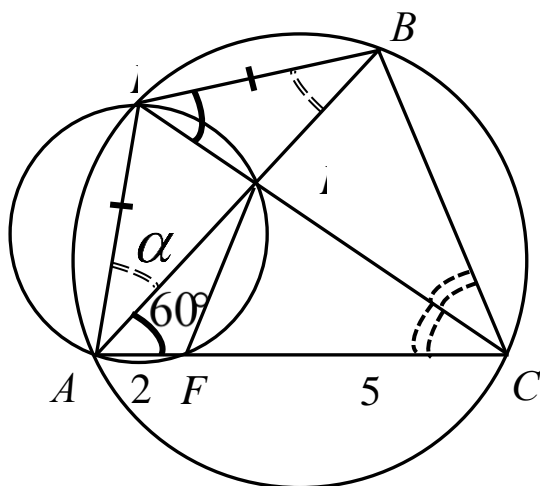
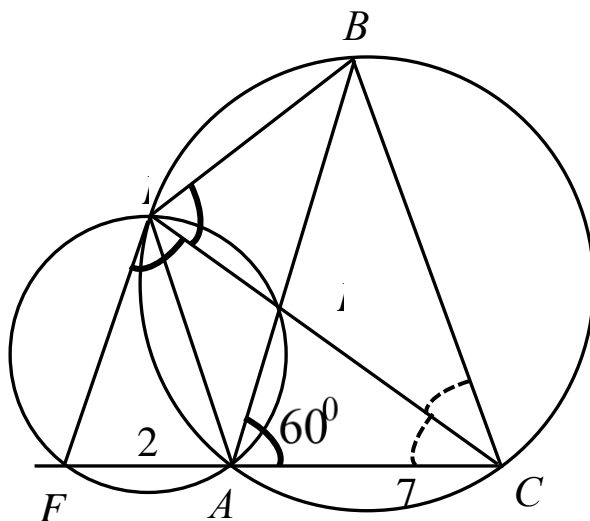


29. (ЕГЭ 2013, С4). Окружности радиусов 2 и 3 с центрами O_1 и O_2 соответственно касаются в точке A . Прямая, проходящая через точку A , вторично пересекает меньшую окружность в точке B , а большую – в точке C . Найдите площадь треугольника BCO_2 , если $\angle ABO_1 = 30^\circ$.



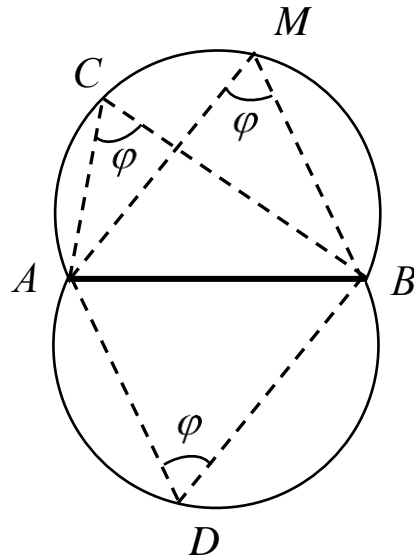
30. Продолжение биссектрисы CD неравнобедренного треугольника ABC пересекает окружность, описанную около этого треугольника в точке

Е. Окружность, описанная около треугольника ADE , пересекает прямую AC в точке F , отличной от A . Найдите радиус окружности, описанной около треугольника ABC , если $AC = 7$, $AF = 2$, $\angle BAC = 60^\circ$.

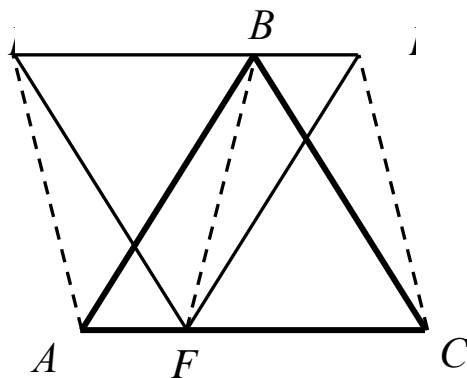
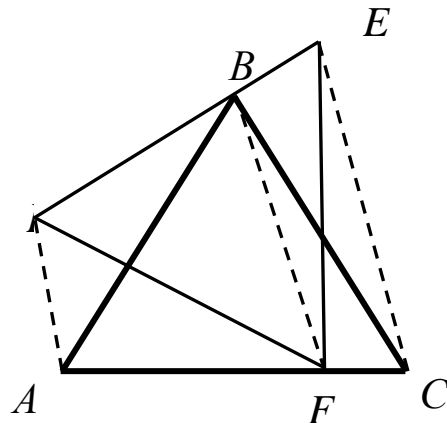


Решение четырёхугольников

31. Найдите геометрическое место точек плоскости, из которых данный отрезок AB виден под заданным углом φ .

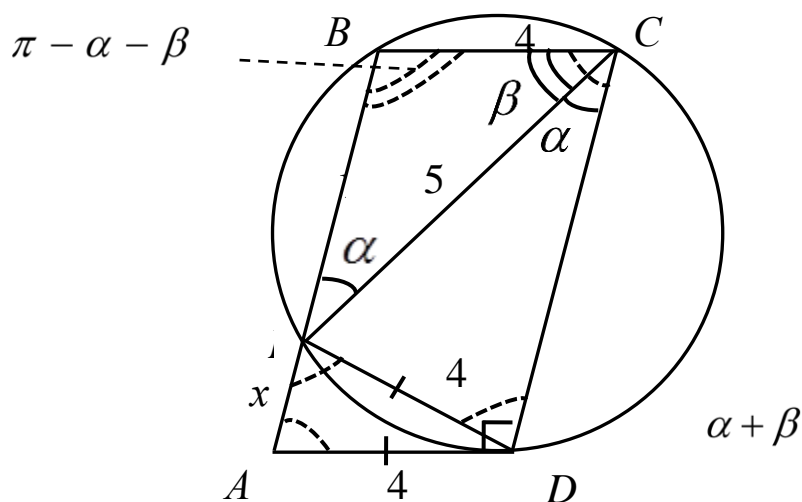


32. Равносторонние треугольники ABC и DFE расположены на плоскости так, что вершина B лежит внутри отрезка DE , а вершина F – внутри отрезка AC . Определите вид четырехугольника, вершинами которого являются точки A, C, D и E .

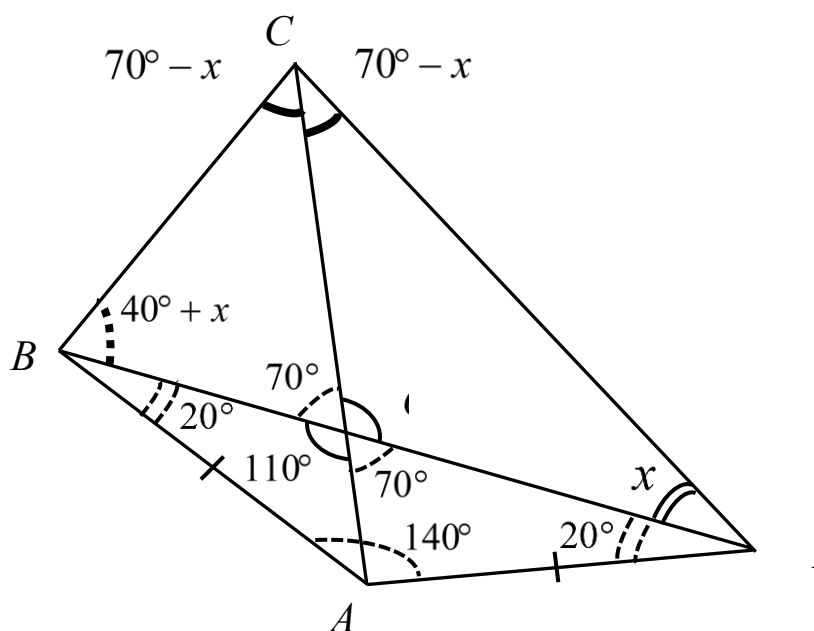


33. В четырёхугольнике $ABCD$ длина стороны $AB = 12$, синус угла BAC равен $0,32$, синус угла ADB равен $0,48$. Сумма углов BAD и BCD равна 180° . Найдите длину стороны BC .

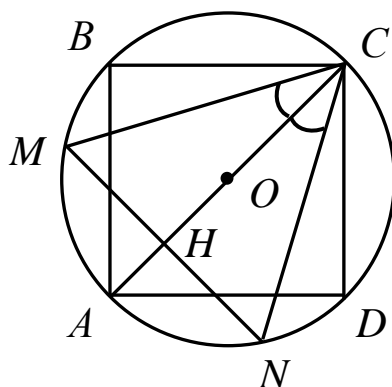
34. Четырёхугольник $ABCD$ – параллелограмм. Окружность, проходящая через его вершины B, C и D , касается прямой AD и пересекает прямую AB в точках B и E . $AD=4$, $CE=5$. Требуется найти длину отрезка AE .



35. Дан выпуклый четырёхугольник $ABCD$, точка O является точкой пересечения его диагоналей, $AB=AD$, CA – биссектриса угла C , $\angle BAD = 140^\circ$, $\angle BOA = 110^\circ$. Найдите величину угла CDB .



36. Сторона квадрата, вписанного в окружность, равна 2. Найдите площадь правильного треугольника, вписанного в ту же окружность.

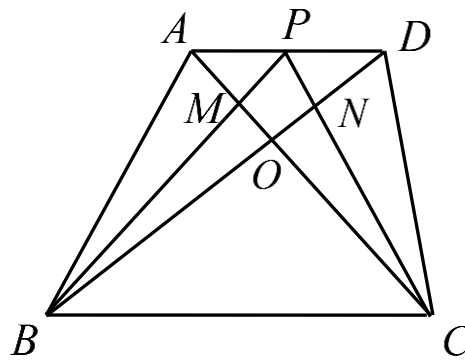
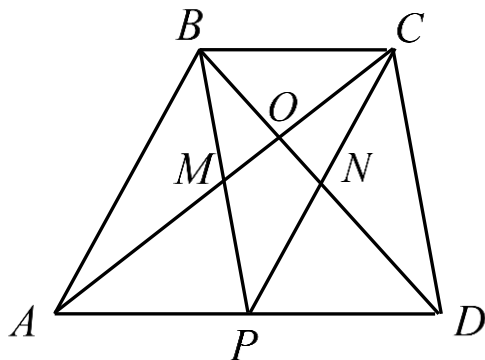


37. Биссектриса тупого угла параллелограмма делит противоположную сторону в отношении 6:7, считая от вершины острого угла. Найдите большую сторону параллелограмма, если его периметр равен 190.

38. Точки A, B, C, D , расположенные на окружности, делят эту окружность на четыре дуги AB, BC, CD и AD , градусные меры которых относятся соответственно как 6:3:4:2. Найдите градусную меру угла C четырёхугольника $ABCD$.

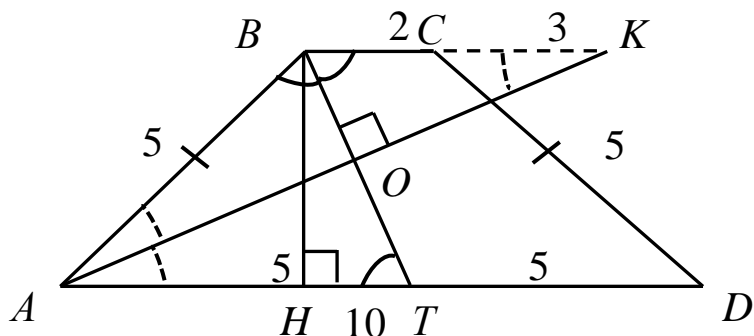
39. В трапеции $ABCD$ заданы боковые стороны $AB = 36$, $CD = 34$ и верхнее основание $BC = 10$. Известно, что $\cos \angle ABC = -\frac{1}{3}$. Найдите BD .

40. Площадь трапеции $ABCD$ равна 90, а одно из оснований вдвое больше другого. Диагонали пересекаются в точке O ; отрезки, соединяющие середину P основания AD с вершинами B и C , пересекаются с диагоналями трапеции в точках M и N соответственно. Найдите площадь четырёхугольника $OMPN$.

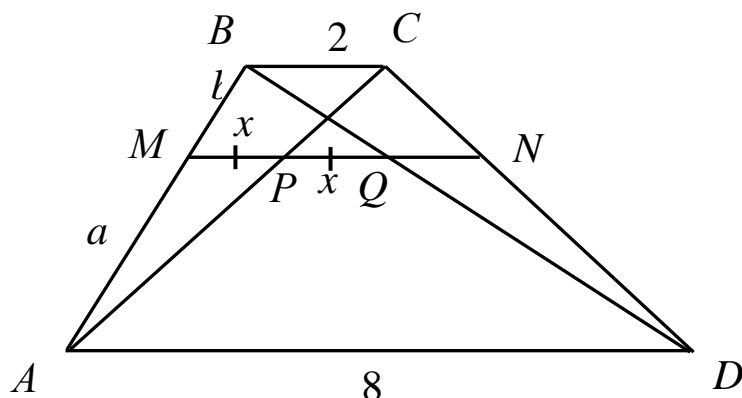


41. В трапецию вписан круг радиуса r . Найдите площадь трапеции, если углы при большем основании равны α и β .

42. $ABCD$ – равнобедренная трапеция, $AD=10$, $BC=2$, $AB=CD=5$. Биссектриса угла BAD пересекает продолжение стороны BC в точке K . Требуется найти длину биссектрисы угла B в треугольнике ABK .

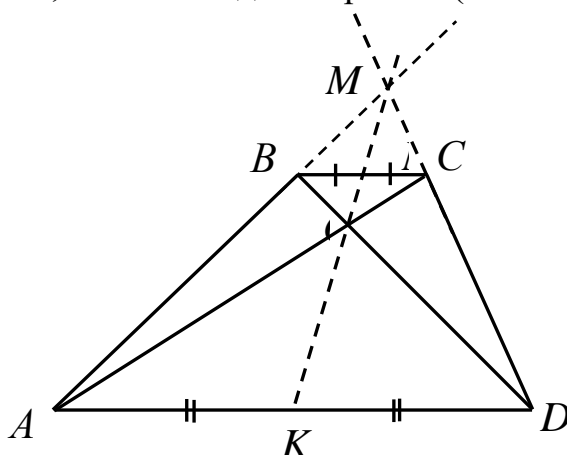


43. Определите площадь равнобедренной трапеции с острым углом α , если длина вписанной в неё окружности равна d .
44. $ABCD$ – трапеция; $AD=8$, $BC=2$ – её основания. Прямая, параллельная основаниям трапеции, пересекает боковую сторону AB в точке M , боковую сторону CD – в точке N , диагональ AC – в точке P , диагональ BD – в точке Q . Найдите длину отрезка MN , если известно, что $MP=PQ$.



45. Пусть O – точка пересечения диагоналей трапеции $ABCD$ с основаниями BC и AD . Известно, что площади треугольников BCO и ADO равны соответственно S_1 и S_2 . Найдите площадь трапеции.
46. Произвольный четырёхугольник разделен диагоналями на четыре треугольника. Площади трёх из них равны 10, 20 и 30, и каждая из них меньше площади четвертого треугольника. Найти площадь данного четырёхугольника.
47. Докажите следующее свойство отрезка, делящего трапецию на две равновеликие: длина отрезка, делящего трапецию на две равновеликие, равна $\sqrt{\frac{a^2 + b^2}{2}}$ (среднему квадратичному длин оснований).

48. Докажите, что в любой трапеции середины оснований точка пересечения диагоналей и точка пересечения прямых, на которой лежат боковые стороны, лежат на одной прямой (*свойство четырех точек*).



2. Оценочные материалы для проведения промежуточной аттестации

Планируемый образовательный результат (компетенция, индикатор)	Типовые контрольные задания	Критерии оценивания и шкала оценивания
<p>ПК-1 Способен преподавать математику и (или) информатику в средней школе, специальных учебных заведениях на основе полученного фундаментального образования и научного мировоззрения</p> <p>ПК-1.1 Применяет современные методики преподавания профессиональных дисциплин</p> <p>ПК-1.2 Планирует учебные занятия по образовательным программам с учетом уровня подготовки и психолого-возрастных особенностей аудитории</p>	<p>1. Решить 10 трудных задач, используя сборник для подготовки и проведения письменного экзамена по геометрии.</p> <p>2. Разработать систему контроля по отдельной теме.</p> <p>3. Подготовить сообщение по теме «Математические упражнения и задачи как основные компоненты методической системы обучения математике».</p> <p>4. Разработать план урока. «Решение стереометрических задач координатным методом».</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Полно и правильно даны ответы на все поставленные вопросы, приведены необходимые примеры; студент показывает понимание излагаемого материала – 85 – 100 баллов • Полно и правильно даны ответы на все поставленные вопросы, приведены примеры, однако имеются неточности; в целом студент показывает понимание изученного материала – 70 – 84 балла • Ответ дан в основном правильно, но недостаточно аргументированы выводы, приведены не все необходимые примеры – 40 - 69 баллов • Даны неверные ответы на поставленные вопросы – 0 - 39 баллов

V. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

1) Рекомендуемая литература

а) Основная литература

1. Антонов, В. И. Элементарная математика для первокурсника : учебное пособие / В. И. Антонов, Ф. И. Копелевич. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 112 с. — ISBN 978-5-8114-1413-0. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/211151>
2. Добрынина, И. В. Элементарная математика : учебно-методическое пособие / И. В. Добрынина, Н. М. Исаева, Н. В. Сорокина. — Тула : ТГПУ, 2018. — 95 с. — ISBN 978-5-6041454-8-7. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/113615>

б) Дополнительная литература

1. Гусак, А. А. Основы высшей математики : пособие для студентов вузов : учебное пособие : [16+] / А. А. Гусак, Е. А. Бричикова. — Минск : ТетраСистемс, 2012. — 205 с. : ил. — Режим доступа: по подписке. — URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=111939>
2. Лурье, И. Г. Высшая математика. Практикум : учебное пособие / И. Г. Лурье, Т. П. Фунтикова. — Москва : Вузовский учебник : ИНФРА-М, 2023. — 160 с. - ISBN 978-5-9558-0281-7. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1988445>

2) Программное обеспечение

Google Chrome	бесплатное ПО
Яндекс Браузер	бесплатное ПО
Kaspersky Endpoint Security 10	акт на передачу прав ПК545 от 16.12.2022
Многофункциональный редактор ONLYOFFICE	бесплатное ПО
ОС Linux Ubuntu	бесплатное ПО

3) Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы

№ п/п	Вид информационного ресурса, наименование информационного ресурса	Адрес (URL)
1	ЭБС «ZNANIUM.COM»	https://znanium.com/
2	ЭБС «ЮРАИТ»	https://urait.ru/
3	ЭБС «Университетская библиотека онлайн»	https://biblioclub.ru/

4	ЭБС IPR SMART	http://www.iprbookshop.ru/
5	ЭБС «ЛАНЬ»	http://e.lanbook.com
6	ЭБС ТвГУ	http://megapro.tversu.ru/megapro/Web
7	Репозитарий ТвГУ	http://eprints.tversu.ru
8	Ресурсы издательства Springer Nature	http://link.springer.com/
9	СПС КонсультантПлюс (в сети ТвГУ)	

VI. Методические материалы для обучающихся по освоению дисциплины

Контрольные задачи и вопросы к зачёту

Задачи

Окружность

1. Радиус окружности равен 48. Найдите величину острого вписанного угла, опирающегося на хорду, равную $48\sqrt{2}$. Ответ дайте в градусах.
2. Радиус окружности равен 15. Найдите величину тупого вписанного угла, опирающегося на хорду, равную $15\sqrt{2}$. Ответ дайте в градусах.
3. Центральный угол на 20° больше острого вписанного угла, опирающегося на ту же дугу окружности. Найдите вписанный угол. Ответ дайте в градусах.
4. Хорда AB делит окружность на две части, градусные величины которых относятся как 5:7. Под каким углом видна эта хорда из точки C , принадлежащей меньшей дуге окружности? Ответ дайте в градусах.
5. Точки A, B, C , расположенные на окружности, делят её на три дуги, градусные величины которых относятся как 1:6:11. Найдите больший угол треугольника ABC . Ответ дайте в градусах.
6. Стороны четырёхугольника $ABCD$ AB, BC, CD и AD стягивают дуги описанной окружности, градусные величины которых равны соответственно $95^\circ, 49^\circ, 71^\circ, 145^\circ$. Найдите угол B этого четырёхугольника. Ответ дайте в градусах.
7. Точки A, B, C, D , расположенные на окружности, делят эту окружность на четыре дуги AB, BC, CD и AD , градусные величины которых относятся соответственно как 4:2:3:6. Найдите угол A четырёхугольника $ABCD$. Ответ дайте в градусах.
8. Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность. Угол ABC равен 70° ,

- угол CAD равен 49° . Найдите угол ABD . Ответ дайте в градусах.
9. Через концы A, B дуги окружности в 62° проведены касательные AC и BC . Найдите угол ACB . Ответ дайте в градусах.
 10. Найдите угол ACO , если его сторона CA касается окружности, O – центр окружности, а большая дуга AD окружности, заключенная внутри этого угла, равна 116° . Ответ дайте в градусах.
 11. Радиус окружности, вписанной в прямоугольный треугольник равен 1, длина гипотенузы равна 5. Найдите площадь треугольника.
 12. Основания трапеции равны 2 и 8. Найдите площадь трапеции, если в неё можно вписать окружность и около неё описать окружность.
 13. Площадь равнобедренной трапеции равна 40. Радиус вписанной в трапецию окружности равен 4. Найдите длины сторон трапеции.
 14. В прямоугольную трапецию вписана окружность радиуса 2. Найдите периметр трапеции, если её площадь равна 32.
 15. Равнобедренная трапеция описана около окружности. Боковая сторона трапеции делится точкой касания на отрезки 12 и 48. Найдите площадь трапеции.
 16. Окружность касается большего катета треугольника, проходит через вершину противоположного острого угла, центр окружности лежит на гипотенузе. Найдите её радиус, если длины катетов треугольника равны 3 и 4.
 17. В равнобедренном треугольнике основание равно 12, а боковая сторона равна 10. Определите радиусы вписанной в треугольник и описанной около него окружностей.
 18. Радиусы вписанной и описанной окружностей прямоугольного треугольника соответственно равны 2 и 5. Найдите периметр этого треугольника.
 19. В прямоугольном треугольнике точка касания вписанной окружности делит гипотенузу на отрезки длиной 5 и 12. Найдите катеты треугольника.
 20. Радиус окружности, вписанной в прямоугольный треугольник, равен 2. Найдите радиус описанной окружности, если синус одного из углов треугольника равен 0,6.
 21. В круге радиуса 9 проведена хорда. Расстояние от одного конца хорды до касательной к окружности, проведенной через другой конец хорды, равно 12,5. Определите длину хорды.
 22. В прямой угол с вершиной в точке B вписана окружность. Через центр окружности проведена прямая, пересекающая стороны угла в точках A и C . Найдите радиус окружности, если $AB = 56$, а $BC = 42$.

Треугольники

1. Стороны AB , BC и AC треугольника ABC равны 2, 3 и 4 соответственно. Найдите углы этого треугольника.
2. В равнобедренном треугольнике основание равно 30, а высота – 20. Определите длину высоты, опущенной на боковую сторону.
3. В треугольнике ABC высота, опущенная из вершины C , равна половине AB и $\angle A = 75^\circ$. Найдите значение угла C .
4. Найдите площадь треугольника ABC , если его стороны равны 2, 3 и 4.
5. Найдите длину медианы AM в треугольнике ABC , если его стороны AB , BC и AC соответственно равны 3, 4 и 6.
6. Найдите длину биссектрисы AD в треугольнике ABC , если его стороны AB , BC к AC соответственно равны 2, 3 и 4.
7. Найдите биссектрису прямого угла треугольника с катетами длины a и b .
8. Найдите площадь прямоугольного треугольника, если его высота и биссектриса, проведенные из вершины прямого угла, равны 3 и 4 соответственно.
9. В треугольнике ABC $AB = 15$, $BC = 13$, высота $BD = 12$. Найдите площадь этого треугольника.
10. В треугольнике ABC проведены медиана BD и биссектриса AE , которые пересекаются в точке K . Прямая, проходящая через вершину C и точку K , пересекает сторону AB в точке F . Найдите длины отрезков AF и FB , если известно, что длина стороны AB равна 4, а длина стороны AC – 6.
11. В треугольнике ABC медиана AM перпендикулярна медиане BN , $AM = 2$, $BN = 3$. Найдите площадь треугольника ABC .
12. Найдите площадь треугольника ABC , если стороны AB и BC равны соответственно 3 и 4, а длина медианы BM равна 2,5.
13. Определите, чему равна площадь треугольника, если две его стороны равны 27 и 29, а медиана третьей стороны – 26.
14. В треугольнике ABC со сторонами $AB = 9$, $BC = 10$, $AC = 11$ проведена медиана AD . Определите длину медианы AD .
15. Известно, что в треугольнике ABC стороны $AB = 6$, $BC = 8$ и медианы AM и CN пересекаются под углом 90° . Найдите AC .
16. Дан треугольник, стороны которого относятся как 2:7:6. Требуется найти наибольшую сторону треугольника, подобного данному и имеющего периметр 105.
17. В равнобедренный треугольник ABC ($AB=BC=15$) вписан

прямоугольник $MNPQ$ площадью 48. Вершины M и N лежат на стороне BC , вершина P – на AC , а вершина Q – на AB так, что $BQ:QA = 2:1$. Найдите площадь треугольника ABC .

Четырёхугольники

1. Биссектрисы углов при одном основании трапеции пересекаются на втором её основании. Докажите, что второе основание равно сумме боковых сторон.
2. Диагонали равнобокой трапеции взаимно перпендикулярны. Докажите, что средняя линия трапеции равна высоте.
3. Сумма углов при одном из оснований трапеции равна 90° . Докажите, что отрезок, соединяющий середины оснований трапеции, равен их полуразности.
4. Окружность вписана в трапецию. Докажите, что боковая сторона трапеции видна из центра этой окружности под углом, равным 90° .
5. Докажите, что биссектрисы углов при боковой стороне трапеции пересекаются на её средней линии.
6. Дана трапеция, в которую можно вписать окружность. Докажите, что окружности, построенные на боковых сторонах как на диаметрах, касаются друг друга.
7. Параллелограмм и прямоугольник имеют одинаковые стороны. Найти острый угол параллелограмма, если площадь его равна половине площади прямоугольника.
8. Площадь параллелограмма со сторонами 5 и 8 равна 32. Найдите косинус наибольшего угла параллелограмма.
9. На сторонах AB и AD параллелограмма $ABCD$ взяты точки E и K соответственно. Известно, что $AE:AB = 2:3$, $AK:AD = 1:3$. Найдите отношение площади параллелограмма к площади треугольника $AЕК$.
10. В трапеции $ABCD$ основания $AD = 12$, $BC = 8$, на луче BC взята такая точка M , что AM делит трапецию на две равновеликие фигуры. Найдите величину CM .
11. В равнобедренной трапеции $ABCD$ длины оснований равны $BC=18$, $AD=30$, O – точка пересечения диагоналей. Угол AOD равен 60° . Точки K , M , N делят пополам отрезки AO , BO и CD . Найдите периметр треугольника KMN .
12. $ABCD$ – квадрат со стороной, равной 6. Точка M делит сторону CD в отношении 2:1, считая от вершины C . Точка E – точка пересечения прямых AM и BD . Найдите площадь треугольника DEM .

13. Диагонали ромба относятся как 4:5. Найдите синус острого угла ромба.
14. Площадь параллелограмма равна 96, а его стороны равны 8 и 15. Найдите квадрат меньшей диагонали параллелограмма.
15. Площадь параллелограмма равна 720, его периметр равен 138, а расстояние между большими сторонами составляет 16. Найдите расстояние между меньшими сторонами.
16. Периметр параллелограмма равен 40, а высоты соответственно 6 и 9. Найдите синус острого угла параллелограмма.
17. Диагональ прямоугольника равна 5, а площадь – 12. Чему равен периметр прямоугольника?

Стереометрия

1. Основание прямой призмы $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ - ромб $ABCD$, в котором $AB = 10, AC = 6\sqrt{7}$. Боковое ребро $AA_1 = 3\sqrt{21}$. Найдите расстояние от вершины B до прямой AC_1 .
2. Каждое ребро четырехугольной пирамиды $MABCD$ равно $\sqrt{11}$. Найдите расстояние между прямой AD и прямой, проходящей через середину ребра BM параллельно прямой BC .
3. Боковое ребро MA пирамиды $MABC$ перпендикулярно плоскости основания и равно 13, $\angle BAC = 90^\circ, AB = 39, AC = 52$. Найдите расстояние от вершины A до плоскости BCM .
4. Ребро куба $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ равно $\sqrt{6}$. Найдите расстояние между прямыми $B_1 D$ и CD_1 .
5. Точка O – середина бокового ребра AA_1 прямой призмы $ABCA_1 B_1 C_1$ $AA_1 = 20\sqrt{5}, AB = BC = 20, AC = 32$. Найдите синус угла между прямыми AC_1 и $B_1 O$.
6. Основание правильной призмы $ABCA_1 B_1 C_1$ - треугольник ABC , в котором A точка T – середина стороны AB . Боковое ребро призмы равно $2\sqrt{2}$. Найдите синус угла между прямой $B_1 T$ и плоскостью боковой грани $BCC_1 B_1$.
7. Найдите расстояние между скрещивающимися диагоналями смежных граней куба.
8. В основании пирамиды лежит прямоугольный треугольник с катетами 8 и 15. Все двугранные углы пирамиды при сторонах основания равны. Найдите площадь полной поверхности пирамиды, если высота пирамиды равна $3\sqrt{3}$.

9. Основание пирамиды $MABC$ треугольник ABC , в котором $AC=2 AB=\sqrt{2}$, $\angle ABC = 45^\circ$. Боковые ребра пирамиды наклонены к плоскости основания под одинаковым углом. Найдите площадь грани MAC , если боковое ребро равно $\sqrt{10}$.
10. Высота правильной четырехугольной призмы $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ равна $2\sqrt{3}$, сторона основания равна 2. Найдите угол между прямыми BB_1 и DC_1 .
11. Отношение стороны основания правильной четырехугольной пирамиды к ее высоте равно $\sqrt{2}$. Найдите градусную меру угла наклона бокового ребра пирамиды к плоскости основания.
12. Высота правильной пирамиды $SABCD$ равна 1, сторона основания равна $\sqrt{6}$. Точки M и N – середины ребер SC и CD соответственно. Найдите градусную меру угла между прямой MN и плоскостью основания пирамиды.
13. Ребро куба $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ равно 1, точка P – середина ребра DC расстояние между прямыми AA_1 и D_1P .
14. Ребро правильного тетраэдра равно $\sqrt{3}$. Найдите расстояние между двумя скрещивающимися прямыми, содержащими высоту и ребро тетраэдра.
15. Высота правильной треугольной призмы $ABCA_1 B_1 C_1$ равна 8, а сторона основания равна $4\sqrt{3}$. Найдите расстояние от вершины A до плоскости, проходящей через середины ребер AB , AC и AA_1 .
16. Угол между плоскостями правильных треугольников ABC и ABD равен 60° , AB равно 4. Найдите расстояние от точки D до плоскости ABC .
17. Основание пирамиды $MABCD$ – квадрат $ABCD$ со стороной, равной 6. Грани DMC и BMC перпендикулярны плоскости основания. Точка K делит ребро AM в отношении 1:2, считая от вершины A . Найдите расстояние от точки K до плоскости DMC .
18. В правильном тетраэдре $MABC$ с ребром $\frac{\sqrt{6}}{2}$ проведено сечение через середину ребра AB параллельно плоскости AMC . Найдите расстояние между плоскостью сечения и плоскостью грани AMC .

Вопросы к зачёту

Планиметрия

1. О методах решения геометрических задач. Разные способы решения геометрических задач.

2. Треугольники и четырехугольники.
3. Окружности.
4. Площади.
5. Наибольшие и наименьшие значения.

Стереометрия

1. Общие сведения о полных изображениях.
2. Простейшие построения в пространстве (позиционные задачи).
3. Построения на изображениях многогранников (позиционные задачи).
4. Общие сведения о метрически определенных изображениях.
5. Простейшие построения в пространстве (метрические задачи).
6. Построения на изображениях многогранников (метрические задачи).
7. Угол между скрещивающимися прямыми.
8. Расстояние от точки до прямой, до плоскости и расстояние между скрещивающимися прямыми.
9. Угол между прямой с плоскостью.
10. Угол между плоскостями. Двугранный и многогранный углы.
11. Площади сечений.
12. Площади поверхностей.
13. Объемы.

Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Организуя свою учебную работу, студенты должны:

Во-первых, выявить рекомендуемый режим и характер учебной работы по изучению теоретического курса, практическому применению изученного материала, по выполнению заданий для самостоятельной работы, по использованию информационных технологий и т.д.

Во-вторых, ознакомиться с указанным в методическом материале по дисциплине перечнем учебно-методических изданий, рекомендуемых студентам для подготовки к занятиям и выполнения самостоятельной работы, а также с методическими материалами на бумажных и/или электронных носителях, выпущенных кафедрой своими силами и предоставляемые студентам во время занятий.

Самостоятельная работа студентов, предусмотренная учебным планом должна соответствовать более глубокому усвоению изучаемого курса, формировать навыки исследовательской работы и ориентировать студентов на умение применять теоретические знания на практике.

1. Работа с учебными пособиями. Для полноценного усвоения курса студент должен, прежде всего, овладеть основными понятиями этой дисциплины. Необходимо усвоить определения и понятия, уметь приводить

их точные формулировки, приводить примеры объектов, удовлетворяющих этому определению. Кроме того, необходимо знать круг фактов, связанных с данным понятием. Требуется также знать связи между понятиями, уметь устанавливать соотношения между классами объектов, описываемых различными понятиями.

2. Самостоятельное изучение тем. Самостоятельная работа студента является важным видом деятельности, позволяющим хорошо усвоить изучаемый предмет и одним из условий достижения необходимого качества подготовки и профессиональной переподготовки специалистов. Она предполагает самостоятельное изучение студентом рекомендованной учебно-методической литературы, различных справочных материалов, написание рефератов, выступление с докладом, подготовку к лекционным и практическим занятиям, подготовку к зачёту.

3. Подготовка к практическим занятиям. При подготовке к практическим занятиям студентам рекомендуется следовать методическим рекомендациям по работе с учебными пособиями, приведенным выше.

4. Составление глоссария. В глоссарий должны быть включены основные понятия, которые студенты изучают в ходе самостоятельной работы. Для полноты исследования рекомендуется вписывать в глоссарий и те термины, которые студентам будут раскрыты в ходе лекционных занятий.

5. Составление конспектов. В конспекте отражены основные понятия темы. Для наглядности и удобства запоминания использованы схемы и таблицы.

6. Подготовка к зачету. При подготовке к зачету студенты должны использовать как самостоятельно подготовленные конспекты, так и материалы, полученные в ходе занятий.

Качество усвоения студентом каждой дисциплины оценивается по 100-балльной шкале.

Интегральная рейтинговая оценка (балл) по каждому (периоду обучения) складывается из оценки текущей работы студентов на семинарских и практических занятиях, выполнения индивидуальных творческих заданий и др. и оценки за выполнение студентом учебного задания при рейтинговом контроле успеваемости. При этом доля баллов, выделенных на рейтинговый контроль не должна превышать 50% общей суммы баллов данного модуля (периода обучения).

Максимальная сумма баллов по учебной дисциплине, заканчивающейся зачетом, по итогам семестра составляет 100 баллов (50 баллов – 1-й модуль и 50 баллов – 2-й модуль).

Студенту, набравший 40 баллов и выше по итогам работы в семестре, в экзаменационной ведомости и зачетной книжке выставляется оценка «зачтено». Студенту, набравшему до 39 баллов включительно, сдает зачет,

Согласно подходам балльно-рейтинговой системы в рамках оценки знаний, умений, владений (умений применять) и (или) опыта деятельности дисциплины установлены следующие аспекты:

- Содержание учебной дисциплины в рамках одного семестра делится на два модуля (периода обучения). По окончании модуля (периода обучения) осуществляется рейтинговый контроль успеваемости знаний студентов.

- Сроки проведения рейтингового контроля:

осенний семестр – I рейтинговый контроль успеваемости проводится согласно графику учебного процесса, II рейтинговый контроль успеваемости - две последние недели фактического завершения семестра по графику учебного процесса;

весенний семестр – I рейтинговый контроль успеваемости проводится согласно графику учебного процесса, II рейтинговый контроль успеваемости - две последние недели фактического завершения семестра по графику учебного процесса.

VII. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Наименование специальных* помещений и помещений для самостоятельной работы	Оснащенность специальных помещений и помещений для самостоятельной работы	Перечень лицензионного программного обеспечения. Реквизиты подтверждающего документа
Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, учебная аудитория: № 207 (170002 Тверская обл., г. Тверь, пер. Садовый, д. 35)	Комплект учебной мебели, интерактивная система со встроенным проектором.	Google Chrome – бесплатно Kaspersky Endpoint Security 10 для Windows – Акт на передачу прав ПК545 от 16.12.2022 Lazarus – бесплатно OpenOffice – бесплатно Многофункциональный редактор ONLYOFFICE бесплатное ПО – бесплатно ОС Linux Ubuntu бесплатное ПО – бесплатно

VIII. Сведения об обновлении рабочей программы дисциплины

№ п.п.	Обновленный раздел рабочей программы дисциплины	Описание внесенных изменений	Дата и № протокола заседания кафедры / методического совета факультета, утвердившего изменения
1.	V. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины	1) Рекомендуемая литература – актуализация списка	Решение научно-методического совета математического факультета (протокол №1 от 20.09.2022 г.)
2.	V. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины	1) Рекомендуемая литература – актуализация списка	Решение научно-методического совета математического факультета (протокол №1 от 19.09.2023 г.)