

Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Смирнов Сергей Николаевич  
Должность: врио ректора  
Дата подписания: 24.11.2023 15:40:55  
Уникальный программный ключ:  
69e375c64f7e975d4e8830e7b4fcc2ad1bf35f08

**Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Тверской государственный университет»**

Рассмотрено и рекомендовано  
на заседании Ученого совета  
факультета прикладной математики  
и кибернетики протокол № 3 от 26.10.2023

«УТВЕРЖДАЮ»:

Руководитель ООП

 С.М. Дудаков

« 26 » 10 2023 г.



**Программа государственной итоговой аттестации**

Аттестационное испытание

**«Подготовка к сдаче и сдача государственного экзамена»**

Направление подготовки

01.03.02 ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА И ИНФОРМАТИКА

Направленность (профиль)

Системный анализ

Тверь 2023 г.

## II. ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Экзамен является междисциплинарным, проводится в соответствии с графиком учебного процесса. Цель экзамена – проверка овладения выпускником основных компетенций, требуемых в профессиональной деятельности.

Экзамен включает задания по следующим дисциплинам:

1. Алгебра и геометрия.
2. Математический анализ.
3. Теория вероятностей и математическая статистика
4. Теория игр и исследование операций.
5. Методы оптимизации и исследование операций.
6. Методы программирования.

Экзамен проводится в письменной форме.

При необходимости допускается проведение государственного экзамена с применением ЭО и ДОТ в соответствии с «Положением о проведении государственной итоговой аттестации по основным образовательным программам бакалавриата, магистратуры, специалитета в ТвГУ».

Экзаменационные задания составлены в соответствии с перечнем необходимых компетенций. На экзамен выносятся по 2 задания по каждой дисциплине, включенной в итоговый экзамен. Время проведения экзамена – 4 часа.

Оценка результатов итогового государственного экзамена проводится на основе Положения, утвержденного деканом факультета.

Для объективной оценки уровня освоения компетенций выпускника тематика экзаменационных вопросов и заданий является комплексной и соответствует разделам учебных циклов.

**Компетенции, уровень сформированности которых будет оцениваться на экзамене:**

<b>Код и наименование компетенции</b>	<b>Индикаторы достижения компетенции в соответствии с учебным планом</b>
<b>ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в</b>	ОПК-1.1 Обладает базовыми знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук  ОПК-1.2 Использует базовые знания в области математических и естественных наук в профессиональной деятельности, вносит некоторые коррективы при их использовании в профессиональной деятельности

<b>профессиональной деятельности</b>	ОПК-1.3 Применяет и адаптирует фундаментальные понятия и результаты в области математических и естественных наук к решению задач профессиональной деятельности
<b>ОПК-2 Способен использовать и адаптировать существующие математические методы и системы программирования для разработки и реализации алгоритмов решения прикладных задач</b>	<p>ОПК-2.1 Знает существующие математические методы и системы программирования</p> <p>ОПК-2.2 Использует существующие математические методы и системы программирования для разработки и реализации алгоритмов решения прикладных задач</p> <p>ОПК-2.3 Разрабатывает и реализует алгоритмы решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний</p>
<b>ОПК-5 Способен разрабатывать алгоритмы и компьютерные программы, пригодные для практического применения.</b>	<p>ОПК-5.1 Демонстрирует знания основных положений и концепций в области программирования.</p> <p>ОПК-5.2 Знает архитектуру языков программирования.</p> <p>ОПК-5.3 Составляет программы.</p> <p>ОПК-5.4 Создает информационные ресурсы глобальных сетей, образовательного контента, средств тестирования систем.</p>

### **Показатели и критерии оценивания компетенций, шкалы оценивания**

В качестве решённых задач по желанию обучающегося могут быть зачтены результаты участия в Федеральном интернет-экзамене в сфере профессионального образования (ФЭПО) или Федеральном интернет-экзамене выпускников бакалавриата (ФИЭБ) согласно следующим критериям:

- золотой сертификат — четыре полностью решённые задачи;
- серебряный сертификат — три полностью решённые задачи;
- бронзовый сертификат — две полностью решённые задачи;
- сертификат участника — одна полностью решённая задача.

Чтобы зачесть результаты участия, до начала процедуры сдачи государственного экзамена обучающийся должен подать заявление в

письменной форме на имя руководителя основной образовательной программы с приложением копии сертификата.

Результат решения каждой задачи оценивается баллами в диапазоне от 0 до 1 с дискретизацией в 0.1 балла. Максимально возможная оценка в 1 балла выставляется, если при решении задачи получен правильный ответ, решение изложено полно и правильно, в необходимой логической последовательности, точно используется профессиональная терминология. За каждую неточность оценка снижается на 0.1 балла. Если решение отсутствует или материал излагается непоследовательно, изложение решения демонстрирует непонимание сущности задачи, то выставляется 0 баллов.

Баллы за решение задач суммируются, и итоговая оценка выставляется в зависимости от суммы набранных баллов:

менее 3 баллов – неудовлетворительно;  
от 3.0 до 5.0 баллов – удовлетворительно;  
от 5.1 до 8.0 баллов – хорошо;  
от 8.1 до 12.0 баллов – отлично.

При оценке уровня сформированности компетенций:

Пороговый – соответствует оценке «удовлетворительно»  
Достаточный – соответствует оценке «хорошо»  
Продвинутый – соответствует оценке «отлично».

**Перечень вопросов и образцы заданий.**

**Перечень рекомендуемой литературы для подготовки к государственному экзамену**

### **АЛГЕБРА И ГЕОМЕТРИЯ**

1. Определение абсолютного линейного  $n$ -мерного пространства, подпространства, их базисы.

Арифметическое вещественное  $n$ -мерное линейное пространство, подпространство их базисы. Линейные оболочки, их базисы (размерность).

Изоморфизм  $n$ -мерных линейных пространств.

Связь между координатами одного и того же вектора в различных базисах линейного пространства (подпространства).

**Задачи: 1277 -1281.**

2. Линейные преобразования. Ядро и образ линейного преобразования. Сопряженные, самосопряженные, ортогональные преобразования, операторы.

Матрица линейного преобразования при переходе от одного базиса к другому.  
**Задачи 1452 а), б), 1454 - 1446.**

3. Сумма, пересечение линейных подпространств (оболочек) их базисы (размерности).

**Задачи 1320 - 1322.**

4. Пространство решений линейной однородной системы уравнений.

**Задачи 1312, 1313.**

5. Совместность (несовместность) линейной неоднородной системы уравнений, ее решение в аффинном арифметическом вещественном пространстве.

**Задачи 689 - 703.**

6. Евклидово и метрическое вещественное пространства. Ортогональное дополнение линейных подпространств. Ортогональная составляющая и проекция вектора на подпространство.

**Задачи: 1366, 1367, 1370 - 1374, 1377.**

7. Квадратичные формы, их матрицы. Приведение кв. форм к каноническому виду.

**Задачи: 1175 -1178.**

8. Приведение квадратичных форм к каноническому виду, ортогональным преобразованиям.

**Задачи: 1248 -1262.**

Номера задач см. Проскуряков, И.В. Сборник задач по линейной алгебре. [Электронный ресурс] : учеб. пособие — Электрон. дан. — СПб. : Лань, 2010. — 480 с. — Режим доступа: <http://e.lanbook.com/book/529>.

## **Литература:**

1. Кузнецов, Б.Т. Математика : учебник / 2-е изд., перераб. и доп. - М. : Юнити-Дана, 2015. - 719 с. ISBN 5-238-00754-X [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=114717>
2. Никонова Н. В. Краткий курс алгебры и геометрии: примеры, задачи, тесты: учебное пособие, 2014. - 100 с. [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=428767>
3. Курош, А.Г. Курс высшей алгебры [Электронный ресурс] : учеб. — Санкт-Петербург : Лань, 2013. — 432 с. — Режим доступа: [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_cid=25&pl1\\_id=30198](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=30198)
4. Ляпин, Е.С. Курс высшей алгебры [Электронный ресурс] : учеб. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2009. — 368 с. — Режим доступа: [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_cid=25&pl1\\_id=246](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=246)

## **МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ**

1. Предел функции, 0-символика.

[4] №650, №651, №1318-1370, №1398-1406.

2. Дифференцирование.

[4] №1039-1046, №1111-1120, №3371-3381, №3383-3388, №3400-3419.

3. Формула Тейлора.

[4] №1377-1387, №3593-3600.

4. Несобственные интегралы, зависящие от параметра.

[4] №3717-3720.

5. Интегрирование.

[4] №1628-1680, №2239-2250, №4107-4110, №4258-4274, №4298-4301, №4367, №4368, №4376-4380.

6. Сходимость числовых рядов.

[4] №2555-2565, №2573-2583.

7. Функциональные ряды. Равномерная сходимость.

[4] №2646-2648, №2716-2723, №2774.

8. Степенные ряды.

[4] №2812-2830, №2906-2915.

## Литература:

1. Фихтенгольц, Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. В 3-х тт.

Том 1. [Электронный ресурс] : учеб. — Электрон. дан. — СПб. : Лань, 2016. — 608 с. — Режим доступа: <http://e.lanbook.com/book/71768> (ЭБС «Лань»).

Том 2. [Электронный ресурс] : учеб. — Электрон. дан. — СПб. : Лань, 2017. — 800 с. — Режим доступа: <http://e.lanbook.com/book/91898> (ЭБС «Лань»).

Том 3. [Электронный ресурс] : учеб. — Электрон. дан. — СПб. : Лань, 2009. — 656 с. — Режим доступа: <http://e.lanbook.com/book/409> (ЭБС «Лань»).

2. Смирнов В.И. Курс высшей математики. Учеб. В 4 т. М.: Наука, 1981. Т. 1 – 2.

3. Климок В.И. Примеры решения задач дифференциального и интегрального исчисления. Учеб. пособие. Тверь: ТвГУ, 2015. – 252 с. [40].

4. Демидович Б. П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу. – М.: Лань, 2017.

Демидович, Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу. [Электронный ресурс] : учеб. пособие — Электрон. дан. — СПб.: Лань, 2017. — 624 с. — Режим доступа: <http://e.lanbook.com/book/92629> (ЭБС «Лань»).

5. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Основы математического анализа в 2 ч. Ч. 2 / Изд. 5-е, стер. Москва: ФИЗМАТЛИТ, 2006. – 464 с. [50]. Ч. 1 / Ильин В.А., Позняк Э. Г. - Изд. 7-е, стер. Москва: ФИЗМАТЛИТ, 2005. – 646 с. [50].

6. Смирнов В.И. Курс высшей математики. Учеб.: В 4 т. М.: Наука, 1981. Т. 1 – 2.

7. Кузнецов Л.А. Сборник заданий по высшей математике. Типовые расчеты. М.: Высшая школа, 1994.

**Замечание.** Можно воспользоваться любым стереотипным изданием учебников, указанных авторов, независимо от года издания.

## **ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА**

1. Дискретное вероятностное пространство. Вероятность события. Свойства вероятности. Теорема сложения.
2. Классическое определение вероятности.
3. Условная вероятность. Теорема умножения. Независимость событий.
4. Формула полной вероятности. Формулы Байеса.
5. Последовательность испытаний Бернулли. Полиномиальное распределение.
6. Теорема Пуассона. Интегральная теорема Муавра-Лапласа.
7. Дискретная случайная величина. Примеры дискретных распределений. Независимость случайных величин.
8. Функция распределения и плотность распределения случайной величины. Примеры непрерывных распределений
9. Функциональные преобразования случайных величин.
10. Случайные вектора.
11. Функциональные преобразования случайных векторов. Свертка распределений
12. Числовые характеристики случайных величин и векторов.
13. Коэффициент корреляции и его свойства.
14. Центральная предельная теорема для одинаково распределенных случайных величин. Интегральная теорема Муавра -Лапласа.
15. Цепи Маркова.
16. Предмет и задачи математической статистики. Простой случайный выбор.
17. Точечное оценивание. Несмещенность, состоятельность, эффективность.
18. Выборочное среднее и выборочная дисперсия.
19. Эмпирическая функция распределения.
20. Достаточные условия состоятельности оценок.
21. Метод моментов и метод максимального правдоподобия.

22. Интервальное оценивание. Доверительный интервал для математического ожидания случайной величины с известной дисперсией. Доверительный интервал для вероятности события. Доверительные оценки параметров нормального распределения.
23. Критерий согласия хи-квадрат Пирсона.
24. Хи-квадрат критерии независимости и однородности.
25. Выбор из двух простых гипотез. Критерий Неймана-Пирсона.

### **Литература:**

1. Балдин К. В. Теория вероятностей и математическая статистика : учебник. - М. : Издательско-торговая корпорация «Дашков и К°», 2016. - [Электронный ресурс]. - Режим доступа: [//biblioclub.ru/index.php?page=book&id=453249](http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=453249)
2. Колемаев В. А. Теория вероятностей и математическая статистика : учебник.- Екатеринбург, 2014. - [Электронный ресурс]. - Режим доступа: [//biblioclub.ru/index.php?page=book&id=436721](http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=436721)
3. Хохлов Ю.С., Захарова И.В., Сидорова О.И. Классическая вероятность. Комбинаторика: Практикум по курсу «Теория вероятностей и математическая статистика», часть 1. ФГБОУ ВО «Тверской государственный университет». - Тверь: ТвГУ, 2016. 40 С. <http://elibrary.ru/item.asp?id=27237516>
4. Хохлов Ю.С., Захарова И.В., Сидорова О.И. Условная вероятность. Схема Бернулли: Практикум по курсу «Теория вероятностей и математическая статистика», часть 2. ФГБОУ ВО «Тверской государственный университет». - Тверь: ТвГУ, 2016. 39 С. <http://elibrary.ru/item.asp?id=27271143>
5. Хохлов Ю.С., Захарова И.В., Сидорова О.И. Теория вероятностей и математическая статистика. Учебное пособие / Тверь, 2014. (Издание 2-е, переработанное и дополненное).

### **Сборники задач:**

1. Андрухаев Х.М. Сборник задач по теории вероятностей : учеб. пособие для студентов вузов, обучающихся по специальностям 010100 "Математика" и 010200 "Прикл. математика и информатика" - Москва : Высшая школа, 2005. - 173, с.
2. Вентцель Е.С. Задачи и упражнения по теории вероятностей : учеб. пособие для студентов вузов / Е. С. Вентцель, Л. А. Овчаров. - Москва : Высшая школа, 2006. – 446 с.
3. Гмурман В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике : учеб. пособие для студентов вузов - Москва : Юрайт : ИД Юрайт, 2010. - 403 с.



4. Зубков А.М. Сборник задач по теории вероятностей : учебное пособие. - Санкт-Петербург [и др.] : Лань, 2009. - 317 с.

### Примеры задач к квалификационному экзамену Формула полной вероятности и формула Байеса

Есть два типа сигналов, которые передаются с помощью светового передатчика. Оба типа сигналов передаются одинаково часто. Сигнал первого типа фиксируется с вероятностью 0.9, второго типа – с вероятностью 0.8. Зафиксирована передача некоторого сигнала. Какова вероятность того, что это сигнал первого типа?

### Функциональные преобразования

- 1) Известно, что возраст дедушки равен квадрату возраста внука, делённому на 8. Найти распределение возраста дедушки, если возраст внука равномерно распределен на отрезке  $[25, 30]$ .
- 2) Некоторый человек тестируется на время реакции  $\tau_1$  и  $\tau_2$  на два разных воздействия. В качестве обобщенного показателя берется величина  $\eta = \tau_1/\tau_2$ . Найти плотность распределения с.в.  $\eta$ , если  $\tau_1$  и  $\tau_2$  независимы и имеют равномерные распределения на отрезках  $[0, 0.5]$  и  $[0, 1]$  соответственно.

### Коэффициент корреляции

Закон распределения дискретного случайного вектора  $\xi = (\xi_1, \xi_2)$  задан в таблице ниже:

$\xi_2 \backslash \xi_1$	-1	0	1
1	0.1	0.3	0.3
2	0.2	0.1	0.0

Вычислить коэффициент корреляции случайных величин  $\xi_1$  и  $\xi_2$ .

### ЦПТ

На 3 курсе некоторого факультета обучается 500 студентов. По опыту прошлых лет было замечено, что 25% студентов этого факультета неспособны сдать экзамены с первого раза. Какое минимальное число студентов, сдавших экзамены с первой попытки, можно гарантировать с вероятностью 0.99 в этих условиях.

### Цепи Маркова

Семен Семенович принимает два решения «Разрешить» и «Отказать». Если предыдущим решением было «Разрешить», то следующим решением будет «Разрешить» с вероятностью 0.6. Если предыдущим решением было «Отказать», то следующим решением будет «Разрешить» с вероятностью 0.2.

Первоначально Семен Семенович собирался «Разрешить». Найти вероятность того, что три раза будет принято решение «Разрешить». Найти вероятность положительного решения после длительного периода обращений.

### Оценки и их свойства

- 1) Имеется выборка  $X = (X_1, \dots, X_N)$  из генеральной совокупности с плотностью распределения

$$\rho(x) = \begin{cases} \theta^{-1} \cdot e^{-(x-\theta)/\theta}, & x \in [\theta, \infty) \\ 0, & \text{в пр. сл.} \end{cases}, \quad \text{где } \theta > 0 - \text{неизвестный параметр.}$$

Построить оценку для параметра  $\theta$  по методу моментов и проверить ее на несмещенность и состоятельность.

- 2) Имеется выборка  $X = (X_1, \dots, X_N)$  из генеральной совокупности с плотностью распределения

$$\rho(x) = \begin{cases} (\theta - 1) \cdot x^{-\theta}, & y \in [1, \infty) \\ 0, & \text{в пр. сл.} \end{cases}, \quad \text{где } \theta > 0 - \text{неизвестный параметр.}$$

Построить оценку для параметра  $\theta$  по методу наибольшего правдоподобия.

### Доверительные интервалы

Имеются данные о числе граждан из стран отдалённого зарубежья, въехавших на территорию РФ, за несколько лет: 42, 21, 55, 48, 37, 48, 16, 25, 34, 87. Предполагая, что исследуемые данные получены из нормального распределения построить доверительные интервалы уровня  $\gamma = 0.95$  для параметров  $a$  и  $\sigma^2$ .

### Гипотеза о виде распределения

Имеются данные о числе сданных студентами экзаменов. Можно ли считать на уровне значимости  $\alpha = 0.05$ , что число сданных экзаменов распределено по биномиальному закону. Для проверки воспользоваться  $\chi^2$ -критерием согласия.

Число экзаменов $x_i$	0	1	2	3	
Число студентов $n_i$	5	10	15	10	$\sum n_i = 40$

### Гипотеза независимости

В таблице ниже приведены 818 случаев, классифицированных по двум признакам: наличию прививки против холеры и отсутствию заболевания.

	Заболевание	Нет	Есть
Прививка			

Есть	260	19
Нет	473	66

Проверить гипотезу об эффективности вакцинации (независимость признаков) на уровне значимости  $\alpha = 0.01$ .

### Гипотеза однородности

В таблице приведены данные о распределении доходов (в тыс. крон) заводских мастеров Швеции в 1930 г. для возрастных групп 40-50 лет и 50-60 лет:

Возрастная группа	Доходы		
	0-2	2-4	$\geq 4$
40-50 лет	501	2681	1334
50-60 лет	378	2096	1015

Можно ли считать на уровне значимости  $\alpha = 0,05$ , что потоки являются однородными по уровню доходов?

## ТЕОРИЯ ИГР И ИССЛЕДОВАНИЕ ОПЕРАЦИЙ

1. Общие сведения о моделях и основных принципах исследования операций
  - 1.1. Определение и обобщенная схема операции. Оперирующая сторона. Контролируемые и неконтролируемые факторы. Математическая модель операции. Примеры моделей.
  - 1.2. Цели операции. Критерии эффективности. Векторные критерии эффективности.
2. Оценка эффективности стратегий (решений)
  - 2.1. Оценка эффективности при наличии неконтролируемых факторов. Сравнение эффективности стратегий. Примеры оценки эффективности стратегий.
  - 2.2. Оценка эффективности при наличии случайных факторов.
3. Игровые модели анализа операций.
  - 3.1. Конечные антагонистические (матричные) игры. Принцип оптимальности. Смешанное расширение матричных игр. Теорема о минимаксе. Методы решения матричных игр. Примеры приложений матричных игр.
  - 3.2. Бесконечные антагонистические игры (основные понятия). Решение бесконечных антагонистических игр. Примеры приложений.
  - 3.3. Бескоалиционные игры  $n$  лиц. Примеры приложений теории бескоалиционных игр.

3.4. Кооперативные игры. Арбитражные схемы. Классические кооперативные игры. Примеры приложений теории кооперативных игр.

3.5. Основные понятия моделей многошаговых игр и их приложения.

### **Литература:**

1. Салмина Н.Ю. Теория игр [Электронный ресурс]: учебное пособие / Н.Ю. Салмина. — Электрон. текстовые данные. — Томск: Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники, Эль Контент, 2015. — 107 с. — 2227-8397. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/69994.html>
2. Теория игр [Электронный ресурс]: Учебное пособие / Сапронов И.В., Уточкина Е.О., Раецкая Е.В. - Воронеж:ВГЛУ им. Г.Ф. Морозова, 2013. - 204 с. - Режим доступа: <http://znanium.com/go.php?id=858524>
3. Лемешко Б.Ю. Теория игр и исследование операций [Электронный ресурс]: конспект лекций / Б.Ю. Лемешко. — Электрон. текстовые данные. — Новосибирск: Новосибирский государственный технический университет, 2013. — 167 с. — 978-5-7782-2198-7. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/45446.html>
4. Костевич Л.С. Исследование операций. Теория игр [Электронный ресурс]: учебное пособие / Л.С. Костевич, А.А. Лапко. — Электрон. текстовые данные. — Минск: Вышэйшая школа, 2008. — 368 с. — 978-985-06-1308-0. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/20076.html>
5. Колесник Г.В. Лекции по теории игр. – Тверь: ТвГУ, 2009.
6. Протасов И. Д. Теория игр и исследование операций: учеб. пособие для специальности 010200 "Прикл. математика". – М.: Гелиос АРВ, 2003, 2006

## **МЕТОДЫ ОПТИМИЗАЦИИ И ИССЛЕДОВАНИЕ ОПЕРАЦИЙ**

1. Задачи и методы безусловной оптимизации. Необходимые и достаточные условия минимума. Численные методы (градиентные, сопряженных градиентов, Ньютона, покоординатного спуска).

[1] 2.9 – 2.17

[2] 16.126, 16.130, 16.151, 16.180 (для 16.151)

2. Задачи и методы условной оптимизации. Метод множителей Лагранжа. Методы штрафных и барьерных функций. Необходимые и достаточные условия для задач с ограничениями различного типа. Численный метод проекции градиента.

[1] 3.1 – 3.5

[2] 16.304, 16.306, 16.308, 16.310, 16.314, 16.318, 16.323, 16.325, 16.332, 16.333, 16.334

3. Линейное программирование. Геометрический метод решения задач линейного программирования. Основные теоремы симплексного метода. Теоремы двойственности и их использование. Транспортная задача линейного программирования (методы минимальной стоимости, северо-западного угла, потенциалов).

**[4] выбрать самостоятельно**

4. Составление моделей операций. Оценка эффективности стратегий. Нахождение минимаксных стратегий. Оптимальные решения при различных вариантах информированности.

**[5] 1.1-1.48**

**[6] 1.1-1.9**

### **Литература:**

1. Гладких Б. А. Методы оптимизации и исследование операций для бакалавров информатики: учебное пособие / Б.А. Гладких. - Томск : Издательство "НТЛ", 2009. - Ч. 1. Введение в исследование операций. Линейное программирование. - 200 с. - ISBN 978-5-89503-410-1 ; [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=200774>
2. Токарев В. В. Модели и решения: исследование операций для экономистов, политологов и менеджеров : учебное пособие / В.В. Токарев. - Москва : Физматлит, 2013. - 408 с. : схем., ил., табл. - Библиогр. в кн. - ISBN 978-5-9221-1451-6 ; [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=275573>
3. Ловянников Д. Г. Исследование операций : учебное пособие / Д.Г. Ловянников, И.Ю. Глазкова. - Ставрополь : СКФУ, 2017. - 110 с. : ил. - Библиогр. в кн. ; [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=467012>

### **Литература (сборники задач):**

1. Ашманов С.А., Тимохов А.В. Теория оптимизации в задачах и упражнениях. М., Наука, 1991.
2. Сборник задач по математике для вузов. Ч.4. Под.ред. А.В.Ефимова. М., Наука, 1990.
3. Алексеев М.В. и др. Сборник задач по оптимизации. М., Наука, 1984.
4. Заславский Ю.Л. Сборник задач по линейному программированию. М., Наука, 1969.
5. Морозов В.В., Сухарев А.Г., Федоров В.В. Исследование операций в задачах и упражнениях. М.: Высшая школа, 1986.

6. Катулев А.Н., Северцев Н.А., Соломаха Г.М. Исследование операций и обеспечение безопасности: прикладные задачи. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005.

## **МЕТОДЫ ПРОГРАММИРОВАНИЯ**

### **1. Общие вопросы программирования**

- стили разработки
- оптимизация программ
- основы параллельного программирования: использование OpenMP

### **2. Работа с текстом**

- методы кодирования символов. Кодировки ASCII, ANSI, OEM, UTF, Unicode
- указатели, действия с указателями. Работа с массивами при помощи указателей
- простейшие алгоритмы: определение длины, копирование, конкатенация
- поиск и замена текста. Работа с различными элементами текста: символами, словами, строками

### **3. Сортировка и поиск**

- задача хранения информации. Линейный поиск. максимальные и средние оценки времени для линейного поиска
- двоичный поиск и его разновидности. Оценки времени для двоичного поиска. Поиск методом Фибоначчи, золотого сечения.
- интерполяционный поиск и его обобщения.
- задача сортировки. Сортировка пузырьком. Временные оценки пузырьковой сортировки.
- сортировка при помощи поиска максимального элемента. Временные оценки.
- сортировка вставками. Оценки времени.
- сортировка почти упорядоченных массивов. Модификации методов.
- сортировки Шелла. Задача выбора последовательности шагов. Оценки для различных последовательностей.
- слияние упорядоченных массивов. Модификации алгоритма для нахождения пересечения, объединения и разности множеств.
- сортировка слиянием. Временные оценки.
- быстрая сортировка Хоара. Оценки времени.

### **4. Динамические структуры данных**

- операции динамического распределения памяти. Временные оценки операций.
- динамические структуры данных.

- линейные списки. Односвязные и двусвязные списки.
- основные операции со списками: добавление и удаление элемента.
- сцепление и расцепление списков.
- кольцевые списки.
- двумерные списки. Представление матриц двумерными списками
- представление графов.
- деревья. Двоичные деревья поиска.
- операции над двоичными деревьями поиска: вставка и удаление элемента, поиск.
- сбалансированные деревья. Методы балансировки.
- хеш-таблицы. Основная концепция, выбор хеш-функции.
- методы разрешения коллизий: метод цепочек, линейного опробования, двойного хеширования.
- общая задача хранения и поиска информации. Сравнение различных типов контейнеров, выбор оптимального решения.

## **Литература:**

### Основная литература

1. Вирт Н. Алгоритмы и структуры данных. Новая версия для Оберона + CD [Электронный ресурс] / Никлаус Вирт; пер. с англ. Ф.В. Ткачев. М.: ДМК Пресс, 2010. 272 с.: ил. Режим доступа: <http://www.znanium.com/bookread.php?book=408420> (ЭБС ИНФРА-М)

### Дополнительная литература

2. Дудаков С.М. Математическое введение в информатику. Тверь, ТвГУ, 2003.
3. Кауфман В.Ш. Языки программирования. Концепции и принципы [Электронный ресурс] / В. Ш. Кауфман. М.: ДМК Пресс, 2010. 464 с.: ил. ISBN 978-5-94074-622-5.  
Режим доступа: <http://znanium.com/bookread2.php?book=409077> (ЭБС ИНФРА-М)
4. Страуструп Б. Дизайн и эволюция С++ [Электронный ресурс] / Б. Страуструп; Пер. с англ. М.: ДМК Пресс, 2007. 448 с.: ил. (Серия с Для программистов). ISBN 5-94074-005-7. Режим доступа: <http://znanium.com/bookread2.php?book=409529> (ЭБС ИНФРА-М)
5. Шень А. Программирование: теоремы и задачи [Электронный ресурс] (с1) 2-е изд., М.: МЦНМО, 2004, 296 с. Режим доступа:

## Пример билета к Государственному экзамену

### Задание 1 (алгебра и геометрия)

Решите систему линейных уравнений методом Крамера:

$$x_2 + x_3 = -3,$$

$$x_1 + x_2 + x_3 = -6;$$

$$x_1 + x_2 = -5.$$

### Задание 2 (алгебра и геометрия)

Используя один из известных Вам критериев, выясните, является ли следующая квадратичная форма положительно определённой:

$$x_1^2 + 8x_1x_2 + 12x_2^2 - 6x_2x_3 - 5x_3^2.$$

### Задание 3 (математический анализ)

Найти частные производные первого порядка  $\frac{\partial z}{\partial x}$  и  $\frac{\partial z}{\partial y}$  функции  $z = z(x, y)$ ,

заданной неявно уравнением

$$e^{-(x+y^2+z^3)} - x - y^2 - z^3 = 0.$$

### Задание 4 (математический анализ)

Найти интеграл  $\int \frac{dx}{x^4 + 3x^3 + 2}$  и проверить полученный результат дифференцированием.

### Задание 5 (теория вероятностей и математическая статистика)

Две фабрики выпускают продукцию двух типов –  $A$  и  $B$ . На первой фабрике продукция типа  $A$  составляет 40%, на второй – 50%. Первоначально вы предполагаете, что обе фабрики одинаково представлены на рынке. Затем случайно отбираете три изделия. Среди них оказалось два изделия типа  $B$  и



одно изделие типа А. Какова теперь ваша оценка о доле продукции каждого типа?

### Задание 6 (теория вероятностей и математическая статистика)

Имеется выборка  $X = (X_1, \dots, X_N)$  из генеральной совокупности с плотностью распределения

$$\rho(x) = \begin{cases} \frac{3}{4\theta} \cdot [e^{-x/\theta} + e^{-3x/\theta}] & x > 0, \\ 0, & \text{в пр. сл.} \end{cases}$$

где  $\theta > 0$  есть неизвестный параметр. По методу моментов найти оценку параметра  $\theta$  проверить её на несмещённость.

### Задание 7 (теория игр и исследование операций)

**Дано:** - матричная игра с числом чистых стратегий  $m = 3$  и  $n = 3$  у первого и второго игроков соответственно и матрицей выигрышей

$$H = \begin{pmatrix} -1 & 3 & -3 \\ 2 & 0 & 3 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix};$$

- спектр оптимальной стратегии  $\alpha^*$  первого игрока равен  $Sp(\alpha^*) = \{1, 2\}$ ,

спектр оптимальной стратегии  $\beta^*$  второго игрока равен  $Sp(\beta^*) = \{2, 3\}$

**Найти** решение игры (ход решения задачи сопроводить пояснениями).

### Задание 8 (теория игр и исследование операций)

2. **Дано:** - конечное множество  $X = \{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5\}$  стратегий оперирующей стороны;

- множество  $S = \{s_1, s_2, s_3, s_4\}$  условий реализации стратегий, содержащее четыре возможных варианта;

- оценки  $f_{ij} = f(x_i, s_j)$ ,  $i = \overline{1, 5}$ ;  $j = \overline{1, 4}$  эффективности стратегий по учитываемому критерию, представленные матрицей последствий

$$F = \begin{pmatrix} 50 & 70 & 100 & 37 \\ 40 & 93 & 110 & 50 \\ 55 & 90 & 120 & 30 \\ 45 & 75 & 95 & 40 \\ 34 & 89 & 100 & 60 \end{pmatrix}.$$

**Найти:** предпочтительные стратегии оперирующей стороны с использованием модели чрезмерного пессимизма (Вальда); предварительно дать определение правила выбора по Вальду.

### Задание 9 (методы оптимизации и исследование операций)

Найти методом множителей Лагранжа условный экстремум функции  $f(x, z) = x^2 + z$  при условии  $2x - 3z = 12$ . Указать тип экстремума.

### Задание 10 (методы оптимизации и исследование операций)

Решить задачу линейного параметрического программирования:

$$L(x, y) = 2x + 4y \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} 3x - 2y \leq 6 \\ 2x + 4y \leq 12 \\ x \geq a \\ y \geq -2 \end{cases}, \text{ где } a \in \mathbb{R}$$

### Задание 11 (методы программирования)

Напишите программу, которая находит сумму всех чётных чисел на отрезке  $[x, y)$ . Для каждого цикла укажите инвариант и ограничитель при этом инварианте. Докажите правильность инвариантов и покажите, что из них следует корректность программы. Разрешается использовать  $s$  – прибавление единицы,  $<$ ,  $=$ ,  $+$ ,  $-$ ,  $*$ ,  $/$ ,  $\%$ .

### Задание 12 (методы программирования)

Входной файл содержит несколько слов. Напишите программу на C++, которая в каждом слове находит самый короткий префикс, содержащий более одной буквы и являющийся палиндромом, и сохраняет результат в другой файл. Например, для слова «abbabbab» таким префиксом является «abba». Если

нужного префикса нет, то результатом является пустая строка. Запрещено использовать стандартные библиотеки кроме библиотек ввода/вывода.

#### Сведения об обновлении программы государственного экзамена

№ п.п.	Обновленный раздел программы	Описание внесенных изменений	Дата и протокол заседания ученого совета, утвердившего изменения
1	Пояснительная записка	При необходимости допускается проведение государственного экзамена с применением ЭО и ДОТ в соответствии с «Положением о проведении государственной итоговой аттестации по основным образовательным программам бакалавриата, магистратуры, специалитета в ТвГУ»	от 29.10.2020 протокол №3 ученого совета факультета ПМиК
2.	I. 4. Планируемые результаты обучения по дисциплине.  IV. Оценочные материалы для проведения текущей и промежуточной аттестации	Изменения в учебные планы и в рабочие программы дисциплин, формирующих новые/измененные компетенции в соответствии с приказом Минобрнауки России от 26.11.2020 г. №1456.	Решение научно-методического совета (протокол №6 от 02.06.2021 г.)
3.	Показатели и критерии оценивания компетенций, шкалы оценивания	Изменение критериев оценивания результатов ГЭ	От 26.10.2023 протокол №3 ученого совета факультета
4	Обновление литературы	Обновление ссылок на литературу по дисциплинам ГЭ	От 26.10.2023 протокол №3 ученого совета факультета

## Оценочный лист

уровня сформированности компетенций, продемонстрированных студентом(ой) Ф.О.И.  
на государственном экзамене  
по направлению 01.03.02 - Прикладная математика и информатика,  
профиль – системный анализ

Код	Перечень проверяемых компетенций	Уровень сфор-		
		пороговый	достаточн	продвинут
		удовлетво р	хорошо	отлично
<b>ОПК-1</b>	Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности.			
<b>ОПК-2</b>	Способен использовать и адаптировать существующие математические методы и системы программирования для разработки и реализации алгоритмов решения прикладных задач.			
<b>ОПК-5</b>	Способен разрабатывать алгоритмы и компьютерные программы, пригодные для практического применения.			

**Итоговая оценка: Уровень сформированности компетенций:**

Председатель ГЭК:

Ф.И.О. (ученое звание, степень) \_\_\_\_\_

(подпись)

Члены ГЭК:

Ф.И.О. (ученое звание, степень) \_\_\_\_\_

«\_\_\_\_»\_\_\_\_\_

202\_ г.

(ПОДПИСЬ)