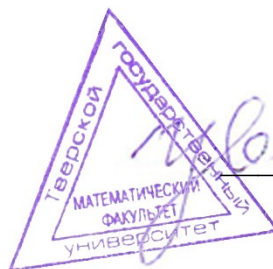


Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Смирнов Сергей Николаевич  
Должность: врио ректора  
Дата подписания: 11.08.2023 10:53:42  
Уникальный программный ключ:  
69e375c64f7e975d4e8830e7b4fcc2ad1bf35f08

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
ФГБОУ ВО «Тверской государственный университет»

Утверждаю:

Руководитель ООП



Цветков В.П.

«10» апреля 2023г.

Рабочая программа дисциплины (с аннотацией)

**Комплексный анализ**

Направление подготовки / Специальность

**02.03.01 Математика и компьютерные науки**

Направленность (профиль)

**Математическое и компьютерное моделирование**

Для студентов 3 курса очной формы обучения

Составитель: \_\_\_\_\_ Воронцова Е.Г.

Тверь, 2023

## **I. Аннотация**

### **1. Цель и задачи дисциплины**

Целью освоения дисциплины является:

- овладение математическим аппаратом комплексного анализа;
- развитие умений применять методы комплексного анализа к конкретным математическим объектам в других областях математики.

Задачами освоения дисциплины являются:

- обобщение и систематизация знаний, полученных при изучении математического анализа, линейной алгебры и геометрии;
- усвоение базовых понятий комплексного анализа;
- приобретение практических навыков использования аппарата комплексного анализа для решения математических задач.

### **2. Место дисциплины в структуре ООП**

Дисциплина «Комплексный анализ» относится к обязательной части профессионального цикла. Она базируется на знаниях, полученных студентами в ходе изучения дисциплин: «Математический анализ», «Алгебра и теория чисел», «Аналитическая геометрия».

Требования к начальному уровню подготовки студента, необходимому для успешного освоения дисциплины: знание основ математического анализа, линейной алгебры и аналитической геометрии.

Дисциплина «Комплексный анализ» формирует у студента компетенции, которые будут использоваться при изучении дисциплины «Функциональный анализ», в дальнейшей научно-исследовательской работе, а также при выполнении выпускной квалификационной работы.

**3. Объем дисциплины: 5 зачетных единиц, 180 академических часов, в том числе:**

**контактная аудиторная работа: лекции 34 часов, практические занятия 34 часов;**

**самостоятельная работа: 85 часов, контроль работы 27 часов.**

**4. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы**

Планируемые результаты освоения образовательной программы (формируемые компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине
<p align="center"><b>УК-1</b></p> <p>Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач</p>	<p><b>УК-1.1</b> Анализирует задачу, выделяя ее базовые составляющие.</p> <p><b>УК-1.2</b> Определяет, интерпретирует и ранжирует информацию, требуемую для решения поставленной задачи.</p> <p><b>УК-1.5</b> Рассматривает и предлагает возможные варианты решения поставленной задачи, оценивая их достоинства и недостатки.</p>
<p align="center"><b>ОПК-1</b></p> <p>Способен консультировать и использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в профессиональной деятельности</p>	<p><b>ОПК-1.1</b> Использует базовые знания в области математики для решения задач математического моделирования естественных и социально-экономических систем.</p> <p><b>ОПК-1.2</b> Применяет методы решения задач математического моделирования естественных и социально-экономических систем на основе теоретических знаний в профессиональной деятельности.</p> <p><b>ОПК-1.3</b> Проводит консультации по решению конкретных задач математического моделирования.</p>

**5. Форма промежуточной аттестации и семестр прохождения экзамен – 5 семестр.**

**6. Язык преподавания русский.**

**II. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий**

Учебная программа – наименование разделов и тем	Всего (час.)	Контактная работа (час.)			Самостоятельная работа, в том числе контроль (час.)
		Лекции	Практические занятия		
			всего	в т.ч. практическая подготовка	
<b>1. Комплексные числа</b>	18	4	4	0	10
<b>2. Функции комплексной переменной</b>	28	6	6	0	16
<b>3. Дифференцирование функции комплексной переменной</b>	24	4	4	0	16
<b>4. Конформные отображения</b>	34	6	6	0	22
<b>5. Интегрирование функции комплексной переменной</b>	28	6	6	0	16
<b>6. Представление голоморфных функций рядами</b>	26	4	4	0	18
<b>7. Теория вычетов</b>	22	4	4	0	14
<b>ИТОГО</b>	<b>180</b>	<b>34</b>	<b>34</b>	<b>0</b>	<b>112</b>

### III. Образовательные технологии

Учебная программа – наименование разделов и тем	Вид занятия	Образовательные технологии
1. Комплексные числа	лекция практическое	Традиционные лекционно-семинарские (изучение теоретического материала, решение задач).
2. Функции комплексной переменной	лекция практическое	Традиционные лекционно-семинарские (изучение теоретического материала, решение задач).
3. Дифференцирование функции комплексной переменной	лекция практическое	Традиционные лекционно-семинарские (изучение теоретического материала, решение задач).
4. Конформные отображения	лекция практическое	Традиционные лекционно-семинарские (изучение теоретического материала, решение задач).
5. Интегрирование функции комплексной переменной	лекция практическое	Традиционные лекционно-семинарские (изучение теоретического материала, решение задач).
6. Представление голоморфных функций рядами	лекция практическое	Традиционные лекционно-семинарские (изучение теоретического материала, решение задач).
7. Теория вычетов	лекция практическое	Традиционные лекционно-семинарские (изучение теоретического материала, решение задач).

#### IV. Оценочные материалы для проведения текущей и промежуточной аттестации

Типовые контрольные задания и/или критерии для проверки индикаторов УК-1.1, УК-1.2

Требования к обучающемуся	Типовые контрольные задания для оценки знаний, умений, навыков	Показатели и критерии оценивания, шкала оценивания
<p>Уметь формализовать знания в виде формул, необходимых для решения задачи</p>	<p><b>1.</b> Найти модуль, аргумент, главное значение аргумента комплексного числа: а) <math>z = \sqrt{3} + i</math>; б) <math>z = -4 + 3i</math></p> <p><b>2.</b> Найти геом. место точек, удовлетворяющих условию  <math display="block">\begin{cases}  z + 1  &lt; 3, \\ \text{Im } z &lt; 0. \end{cases}</math></p> <p><b>3.</b> Найти все значения корня <math>\sqrt[3]{8i}</math></p> <p><b>4.</b> Написать условия Коши-Римана моногенности функции в точке.</p>	<p>Имеется верное решение, включающее правильный ответ – 5 баллов;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Имеется верное решение части задачи – 2 балла;</li> <li>• Решение не дано</li> </ul> <p>ИЛИ дано неверное решение – 0 баллов</p>

Типовые контрольные задания и/или критерии для проверки индикатора УК-1.5

Требования к обучающемуся	Типовые контрольные задания для оценки знаний, умений, навыков	Показатели и критерии оценивания, шкала оценивания
<p>Рассматривает и предлагает возможные варианты решения поставленной задачи, оценивая их достоинства и недостатки</p>	<p><b>1.</b> Решить уравнение <math>\sin z - \cos z = 1</math>.</p> <p><b>2.</b> Найти образы прямых <math>x = 1</math>, <math>y = -1</math> при отображении <math>w = z^2 - 2z</math>. Построить прямые и их образы.</p> <p><b>3.</b> Выяснить, какая часть плоскости сжимается, а какая растягивается при отображении <math>w(z) = 3z^2 - 2z</math>.</p>	<p>Дан полный верный ответ – 5 баллов;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Допущена ошибка, не приведшая к существенному искажению смысла – 3 балла;</li> <li>• Допущены логические ошибки, свидетельствующие о непонимании</li> </ul>

		ИЛИ ответ не дан – 0 баллов
--	--	--------------------------------

Типовые контрольные задания и/или критерии для проверки индикаторов ОПК-1.1

Требования к обучающемуся	Типовые контрольные задания для оценки знаний, умений, навыков	Показатели и критерии оценивания, шкала оценивания
Использует базовые знания в области математики для решения задач математического моделирования естественных и социально-экономических систем.	<p>1. Восстановить голоморфную функцию <math>f(z) = u + iv</math> по условию:</p> $u = \frac{x^2}{2} - \frac{y^2}{2} - y;$ <p>2. Вычислить интеграл:</p> $\int_C \bar{z} \operatorname{Re}(z) dz, \text{ где } C -$ <p>прямолинейный отрезок, соединяющий точку <math>-2</math> с точкой <math>1 + 2i</math></p>	<p>Дан полный верный ответ – 5 баллов;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Допущена ошибка, не приведшая к существенному искажению смысла – 3 балла;</li> <li>• Допущены логические ошибки, свидетельствующие о непонимании</li> </ul> <p>ИЛИ ответ не дан – 0 баллов</p>

Типовые контрольные задания и/или критерии для проверки индикаторов ОПК-1.2

Требования к обучающемуся	Типовые контрольные задания для оценки знаний, умений, навыков	Показатели и критерии оценивания, шкала оценивания
Применяет методы решения задач математического моделирования естественных и социально-экономических систем на основе теоретических знаний в профессиональной деятельности.	<p>1. Разложить функцию <math>f(z) = \frac{iz}{z+2}</math> в ряд Тейлора в точке <math>z_0 = -1</math> и указать: а) радиус сходимости ряда; б) коэффициент перед <math>(z - z_0)^6</math>.</p> <p>2. а) Привести классификацию изолированных особых точек. б) Найти изолированные особые точки функции <math>f(z) = \frac{e^z}{(z^2 + 4)}</math> и указать их тип.</p>	<p>Дан полный верный ответ – 5 баллов;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Допущена ошибка, не приведшая к существенному искажению смысла – 3 балла;</li> <li>• Допущены логические ошибки, свидетельствующие о непонимании</li> </ul> <p>ИЛИ ответ не дан – 0 баллов</p>

Типовые контрольные задания и/или критерии для проверки индикатора ОПК-1.3

Требования к обучающемуся	Типовые контрольные задания для оценки знаний, умений, навыков	Показатели и критерии оценивания, шкала оценивания
<p>Проводит консультации по решению конкретных задач математического моделирования.</p>	<p>1. Найти разложение функции <math>f(z) = \frac{1}{(z-1)(z+3)}</math> в ряд Лорана в кольце <math>1 &lt;  z  &lt; 3</math> (<math>f(z) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} c_n \cdot z^n</math>) и найти коэффициенты: а) <math>c_{-3}</math>; б) <math>c_4</math>.</p> <p>2. Вычислить интеграл <math>\oint_{\gamma} \frac{z}{(z-2)(z-4)} dz</math> с помощью теоремы Коши о вычетах, где: контур <math>\gamma = \{z :  z-2  = 3\}</math></p> <p>3. Найти функцию <math>w = w(z)</math>, конформно отображающую область <math>D = \{\operatorname{Re} z &gt; 0\}</math> на область <math>D^* = \{\operatorname{Im} w &lt; 0\}</math> и удовлетворяющую условиям <math>w(i) = 1, w(1) = -5 \cdot i</math>.</p>	<p>Имеется верное решение, включающее правильный ответ – 5 баллов;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Дано верное решение, но получен неправильный ответ из-за арифметической ошибки ИЛИ В решении имеются лишние или неверные записи, не отделенные от решения – 3 балла;</li> <li>Имеется верное решение части задачи – 2 балла;</li> <li>Решение не дано ИЛИ дано неверное решение – 0 баллов</li> </ul>

## V. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

### 1. Рекомендуемая литература

#### а) Основная литература:

[1] Шабунин, М. И. Теория функций комплексного переменного [Электронный ресурс]: учебное пособие / М. И. Шабунин, Ю. В. Сидоров. — 5-е изд. — Москва : Лаборатория знаний, 2020. — 303 с. — ISBN 978-5-00101-916-9. URL: <https://e.lanbook.com/book/151505> — Режим доступа: для авториз. пользователей.

[2] Пантелеев, А. В. Теория функций комплексного переменного и операционное исчисление в примерах и задачах [Электронный ресурс]: учебное



пособие / А. В. Пантелеев, А. С. Якимова. — 3-е изд., испр. — Санкт-Петербург : Лань, 2015. — 448 с. — ISBN 978-5-8114-1921-0

URL: <https://e.lanbook.com/book/67463> — Режим доступа: для авториз. пользователей.

#### **б) Дополнительная литература:**

[3] Волковыский, Л. И. Сборник задач по теории функций комплексного переменного [Электронный ресурс]: учебное пособие / Л. И. Волковыский, Г. Л. Лунц, И. Г. Араманович. — 4-е изд., перераб. — Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2006. — 312 с. — ISBN 5-9221-0264-8.

URL: <https://e.lanbook.com/book/2763> — Режим доступа: для авториз. пользователей.

[4] Посицельская, Л. Н. Теория функций комплексной переменной в задачах и упражнениях [Электронный ресурс]: учебное пособие / Л. Н. Посицельская. — Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2007. — 136 с. — ISBN 978-5-9221-0794-5.

URL: <https://e.lanbook.com/book/59465> — Режим доступа: для авториз. пользователей.

## **2. Программное обеспечение**

### **а) Лицензионное программное обеспечение**

MS Office 365 proplus– Акт приема-передачи № 687 от 31 июля 2018

MicrosoftWindows 10 Enterprise– Акт приема-передачи № 687 от 31 июля 2018

MicrosoftOffice 365 proplus– Акт приема-передачи № 687 от 31 июля 2018

MicrosoftWindows 10 Enterprise– Акт приема-передачи № 687 от 31 июля 2018

KasperskyEndpointSecurity 10 для Windows – Акт на передачу прав

№956 от 18 октября 2018 г.

### **б) Свободно распространяемое программное обеспечение**

Adobe Reader XI

Any Video Converter 5.9.0

Google Chrome

WinDjView 2.0.2

### **3. Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы**

1. ЭБС «ZNANIUM.COM» [www.znanium.com](http://www.znanium.com);
2. ЭБС «Университетская библиотека онлайн» <https://biblioclub.ru>
3. ЭБС IPRbooks <http://www.iprbookshop.ru>;
4. ЭБС «Лань» <http://e.lanbook.com>;
5. ЭБС BOOK.ru <https://www.book.ru>
6. ЭБС ТвГУ <http://megapro.tversu.ru/megapro/Web>
7. Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU (подписка на журналы) [https://elibrary.ru/projects/subscription/rus\\_titles\\_open.asp](https://elibrary.ru/projects/subscription/rus_titles_open.asp)
8. Репозиторий ТвГУ <http://eprints.tversu.ru>

### **4. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины:**

Общероссийский портал Math-Net.Ru <http://www.mathnet.ru/>

## **VI. Методические материалы для обучающихся по освоению дисциплины**

### **Методические указания по подготовке к практическим занятиям.**

Подготовка к практическим занятиям по дисциплине включает в себя:

- изучение лекционного материала, необходимого для решения практических задач;
- решение практических задач, заданных преподавателем на дом;
- подготовку к контрольным и самостоятельным работам.

При подготовке к практическим занятиям рекомендуется изучить теоретический материал соответствующих разделов литературы из обязательного и дополнительного списков.

## **Темы занятий:**

### **1. Комплексные числа**

Поле комплексных чисел. Алгебраическая форма записи комплексного числа. Число, сопряженное данному. Комплексная плоскость. Геометрическая иллюстрация. Модуль и аргумент комплексного числа. Формула Эйлера. Тригонометрическая и показательная формы записи комплексного числа. Геометрический смысл операций над комплексными числами. Корень  $n$ -й степени из комплексного числа. Стереографическая проекция. Расширенная комплексная плоскость.

### **2. Функции комплексной переменной**

Определение функции комплексной переменной. Геометрическая интерпретация. Области однолиственности функции комплексной переменной. Предел и непрерывность функции комплексной переменной. Определение экспоненты и ее свойства: теорема сложения, необращение в нуль, периодичность, области однолиственности. Риманова поверхность логарифма. Логарифмическая функция. Ветви и главное значение логарифма. Степенная функция с натуральным показателем. Области однолиственности. Риманова поверхность и ветви радикала. Общая степенная функция. Тригонометрические и гиперболические функции. Соотношения между ними. Дробно-линейные функции. Глобальная однолиственность, групповое и круговое свойства.

### **3. Производная функции комплексной**

Производная функции комплексной переменной в точке. Определения моногенной и голоморфной функции. Условия Коши-Римана. Критерий моногенности функции в точке. Правила дифференцирования функций комплексной переменной. Гармонические функции. Восстановление голоморфной функции по ее реальной (мнимой) части. Геометрический смысл производной функции комплексной переменной.

#### **4. Конформные отображения.**

Понятие конформного отображения I-го и II-го рода. Основные свойства конформных отображений. Критерий конформности отображения в области. Основная задача теории конформных отображений. Теорема Римана. Принцип соответствия границ. Принцип симметрии Римана-Шварца. Нормировочные условия. Конформные отображения, реализуемые дробно-линейными функциями: верхней полуплоскости на верхнюю полуплоскость, верхней полуплоскости на единичный круг, единичного круга на единичный круг.

#### **5. Интегрирование функции комплексной переменной**

Контурный интеграл от функции комплексной переменной. Теорема Коши. Первообразная. Формула Ньютона-Лейбница. Интегральная формула Коши.

#### **6. Представление голоморфных функций рядами**

Равномерная сходимость функциональных рядов. Теоремы Вейерштрасса о рядах голоморфных функций. Ряд Тейлора. Область сходимости. Теорема единственности. Нули голоморфных функций. Факторизация функции в окрестности нуля. Ряд Лорана. Область сходимости.

#### **7. Теория вычетов**

Изолированные особые точки. Классификация. Критерии. Вычет в изолированной особой точке. Способы нахождения. Бесконечность как изолированная особая точка. Вычет в бесконечно удаленной точке. Теорема о сумме всех вычетов. Теорема Коши о вычетах. Применение вычетов для вычисления определенных интегралов.

#### **Вопросы к экзамену (примерный список)**

1. Понятие комплексного числа. Поле комплексных чисел.
2. Модуль и аргумент комплексного числа. Тригонометрическая и показательная формы записи комплексных чисел. Возведение в степень и извлечение корня из комплексного числа.
3. Понятие функции комплексной переменной. Экспонента и логарифм.

4. Степенная функция.
5. Тригонометрические функции.
6. Функция Жуковского.
7. Дифференцируемость ФКП в смысле действительного и комплексного анализа.
8. Моногенность. Условия Коши-Римана.
9. Голоморфность ФКП. Гармонические функции. Восстановление голоморфной функции по ее вещественной или мнимой части.
10. Геометрический смысл производной.
11. Понятие конформного отображения.
12. Свойства конформных отображений.
13. Дробно-линейное отображение и его свойства.
14. Отображения, осуществляемые дробно-линейными функциями.
15. Интегрирование функции комплексной переменной. Контурный интеграл от ФКП, его свойства. Пример.
16. Интегрирование функции комплексной переменной. Интегральная теорема Коши. Интегрирование с помощью формулы Ньютона-Лейбница. Примеры.
17. Степенной ряд. Первая теорема Абеля. Теорема Коши-Адамара.
18. Поведение ряда на границе круга сходимости. Примеры.
19. Ряд Тейлора. Примеры разложения элементарных функций в ряд Тейлора. Нули голоморфных функций.
20. Ряд Лорана. Ряд Лорана в окрестности бесконечной точки.
21. Изолированные особые точки. Бесконечность как изолированная особая точка.
22. Вычеты. Теорема о сумме всех вычетов, теорема Коши о вычетах. Примеры.

## Требования к рейтинг-контролю:

учебный материал разбивается на 2 модуля.

### 1 модуль

Вид контроля	Формы контроля	Максимальный балл
Текущий контроль	работа на занятиях	15
	посещаемость	5
Рубежный контроль	Контрольная(ые) работа(ы)	10
Общая сумма баллов:		30

### 2 модуль

Вид контроля	Формы контроля	Максимальный балл
Текущий контроль	работа на занятиях	15
	посещаемость	5
Рубежный контроль	Контрольная(ые) работа(ы)	10
Общая сумма баллов:		30

Рейтинг студента складывается из баллов, полученных в каждом модуле. Форма итоговой аттестации – экзамен. Максимальная сумма баллов за семестр – 60 и 40 баллов выносятся на экзамен.

## VII. Материально-техническое обеспечение

### Для аудиторной работы

Наименование специальных* помещений и помещений для самостоятельной работы	Материально-техническое оснащение помещений
Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, Учебная аудитория № 19 (170002, Тверская обл., г.Тверь, пер. Садовый, дом 35)	Набор учебной мебели, меловая доска, переносной ноутбук. Интерактивная система Smart Board 880I4 со встроенным проектором и системой управления

Для организации самостоятельной работы студентов необходимо наличие персональных компьютеров с доступом в Интернет.

### **VIII. Сведения об обновлении рабочей программы дисциплины**

№п.п.	Обновленный раздел рабочей программы дисциплины	Описание внесенных изменений	Реквизиты документа, утвердившего изменения
1.			
2.			