Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

ФГБОУ ВО «Тверской государственный университет»

Утверждаю:

Руководитель ООП

_______________ А.А. Голубев

«19» июня 2019 г.

Рабочая программа дисциплины (с аннотацией)

Приемы и методы решения стереометрических задач в школьном курсе математики

Направление подготовки

01.03.01. МАТЕМАТИКА

Профиль подготовки

Преподавание математики и информатики

Для студентов 3 курса

Форма обучения очная

Составитель:

к.ф.-м.н., доцент А.А. Голубев

Тверь, 2019

I. Аннотация

1. Цель и задачи дисциплины

Целью освоения дисциплины является: сформировать систематизированные знания о закономерностях и содержании образовательного процесса, требованиях к его организации в различных учреждениях системы образования, представление о сущности педагогической деятельности, особенностях педагогической профессии и современных требованиях педагога; оказать помощь студентам в профессиональном становлении; сформировать у студентов потребность в профессиональном самообразовании; изучить передовой педагогический опыт; овладеть педагогическими знаниями в области теории и практики обучения и воспитания, управления образовательными системами.

Задачи освоения дисциплины: освоить основные понятия и утверждения, входящие в содержание дисциплины, доказательства теорем; научиться решать задачи по разделам курса, применять теоретический материал, творчески подходить к решению профессиональных задач, ориентироваться в нестандартных условиях и ситуациях, анализировать возникающие проблемы.

2. Место дисциплины в структуре ООП

Дисциплина относится к формируемой участниками образовательных отношений части блока 1 – к элективным дисциплинам, углубляющим универсальные компетенции и формирующим профессиональные компетенции.

Является дисциплиной, имеющей логические и содержательно–методологические взаимосвязи со следующими дисциплинами: «Методика преподавания математики», «Методика преподавания информатики», «Элементарная математика (алгебра)», «Элементарная математика (геометрия)», «Задачи с параметрами в школьном курсе математики», «Нестандартные задачи в школьном курсе математики» и др.

Для ее успешного освоения необходимы знания и умения, приобретенные в результате обучения дисциплинам: школьного курса математики и аналитической геометрии.

Дисциплина изучается на 3 курсе (6 семестр).

3. Объем дисциплины: 6 зачетных единиц, 216 академических часов, **в том числе:**

контактная аудиторная работа: лекции 36 часов, практические занятия 36 часов, в том числе практическая подготовка 6 часов;
самостоятельная работа: 144 часа, в том числе контроль 27 часов.

4. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Планируемые результаты освоения образовательной программы (формируемые компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине
ПК-1 Способен преподавать математику и (или) информатику в средней школе, специальных учебных заведениях на основе полученного фундаментального образования и научного мировоззрения	ПК-1.1 Применяет современные методики преподавания профессиональных дисциплин ПК-1.2 Планирует учебные занятия по образовательным программам с учетом уровня подготовки и психолого-возрастных особенностей аудитории

5. Форма промежуточной аттестации и семестр прохождения

экзамен (6 семестр).

6. Язык преподавания: русский.

II. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

Учебная программа – наименование разделов и тем	Всего (час.)	Контактная работа		Самостоя-тельная работа, в том числе контроль (час.)
		Лекции	Практи-ческие занятия/ *Практическая подготовка*	
Тема 1. Метод координат в пространстве. Движения	**40**	**8**	**8**	**24**
1. Декартовы координаты в пространстве. Координаты точки. Координаты вектора.	6	1	1	4
2. Координаты суммы, разности векторов, координаты произведения данного вектора на число. Связь между координатами вектора и координатами точек.	6	1	1	4
3. Формула координаты середины отрезка. Длина вектора. Формула расстояния между двумя точками.	6	1	1	4
4. Угол между векторами. Скалярное произведение векторов.	6	1	1	4
5. Вычисление углов между прямыми и плоскостями.	6	1	1	4
6. Уравнение плоскости. Формулы расстояния от точки до плоскости.	4	1	1	2
7. Движения в пространстве: центральная, осевая и зеркальная симметрия, параллельный перенос.	6	2	2	2
Тема 2. Цилиндр, конус, шар	**76**	**12**	**12/*6***	**52**
1. Цилиндр. Основания, образующая, боковая поверхность, высота. Развертка цилиндра. Осевые сечения и сечения,	16	2	2	12

параллельные основанию. Формула площади поверхности цилиндра.				
2. Конус, усечённый конус. Основание, вершина, образующая, боковая поверхность, ось, высота. Осевые сечения и сечения, параллельные основанию. Формула площади поверхности конуса. Развёртка.	16	2	2	12
3. Сфера и шар. Уравнение сферы. Взаимное расположение сферы и плоскости. Сечение сферы и шара плоскостью. Касательная плоскость к сфере. Площадь сферы.	12	2	2	8
4. Задачи на различные комбинации тел.	32	6	6/*6*	20
Тема 3. Объемы тел	**100**	**16**	**16**	**68**
1. Понятие об объёме тела. Свойства объёмов. Формулы объёма прямоугольного параллелепипеда, куба, прямой призмы, основание которой прямоугольный треугольник. Формула объёма прямой призмы, цилиндра.	20	2	2	16
2. Вычисление объёмов тел с помощью определённого интеграла.	20	2	2	16
3. Отношение объёмов подобных тел.	6	0	0	6
4. Теорема об объёме наклонной призмы.	8	2	2	4
5. Формула объёма пирамиды. Формула объёма усечённой пирамиды.	8	2	2	4
6. Формула объёма конуса.	8	2	2	4
7. Формула объёма шара.	10	2	2	6

8. Понятие шарового сегмента, шарового слоя, шарового сектора. Формулы объёмов шарового сегмента, шарового слоя и шарового сектора.	10	2	2	6
9. Формулы площади сферы, объёма шара.	10	2	2	6
ИТОГО	216	36	36/*6*	144

III. Образовательные технологии

Преподавание учебной дисциплины строится на сочетании аудиторных занятий и различных форм самостоятельной работы студентов.

Также на занятиях практикуется самостоятельная работа студентов, выполнение заданий в малых группах, письменные работы, моделирование дискуссионных ситуаций, работа с раздаточным материалом, привлекаются ресурсы сети INTERNET. Курс предусматривает выполнение контрольных и самостоятельных работ, письменных домашних заданий. В качестве форм контроля используются различные варианты взаимопроверки и взаимоконтроля.

Интерактивное взаимодействие студентов с одной стороны и преподавателя с другой, а также студентов между собой и с преподавателем во время практических занятий.

Образовательные технологии

1. Дискуссионные технологии
2. Информационные (цифровые)
3. Технологии развития критического мышления

Современные методы обучения

1. Активное слушание
2. Лекция (традиционная)

IV. Оценочные материалы для проведения текущей и промежуточной аттестации

1. Оценочные материалы для проведения текущей аттестации

Практические занятия

Задачи по темам

1. Параллелепипеды. Призмы

1. В прямом параллелепипеде стороны основания равны 6 см и 8 см, угол между ними 30°. Площадь поверхности равна 188 см^2. Определить объем параллелепипеда.

2. В прямом параллелепипеде $АВСДА_1В_1С_1Д_1$ стороны основания АВ=3 см, АД=8 см, а угол между ними равен 60°. Площадь диагонального сечения $ВВ_1ДД_1$ равна 70 см^2. Определите боковую поверхность параллелепипеда.
3. Основанием прямого параллелепипеда служит ромб с диагоналями длиной 6 см и 8 см, диагональ боковой грани равна 13 см. Определить площадь боковой поверхности этого параллелепипеда.
4. Стороны основания прямоугольного параллелепипеда $2\sqrt{3}$ см и 4 см. Диагональ параллелепипеда составляет с меньшей боковой гранью угол 30°. Найти высоту параллелепипеда.
5. Диагональ прямоугольного параллелепипеда равна $2\sqrt{2}$ и составляет углы 30° и 45° с двумя смежными боковыми гранями. Найти объем параллелепипеда.
6. В основании прямого параллелепипеда лежит ромб. Площади диагональных сечений равны 300 см^2 и 400 см^2. Найти боковую поверхность параллелепипеда.
7. Грани параллелепипеда - равные ромбы со стороной *а* и острым углом в 60°. Найти объем параллелепипеда.
8. В прямоугольном параллелепипеде стороны основания относятся как 7**:**24, а площадь диагонального сечения равна 50 дм^2. Определить боковую поверхность в дм^2.
9. Боковое ребро прямого параллелепипеда равно 5 м, стороны основания равны 6 м и 8 м и одна из диагоналей основания равна 12 м. Определить меньшую из диагоналей параллелепипеда.
10. В прямом параллелепипеде стороны основания равны 2 см и 5 см; расстояние между меньшими из них 4 см; боковое ребро равно $2\sqrt{2}$ см. Определить сумму диагоналей параллелепипеда.
11. Найти длину большей диагонали прямого параллелепипеда, у которого каждое ребро равно 5 см, а острый угол основания равен 60°.
12. Ребро куба равно $\sqrt{6}$ см. Определить расстояние от вершины куба до его диагонали.
13. Основанием прямой призмы служит ромб с острым углом 60°, угол между меньшей диагональю призмы и плоскостью основания равен 30°. Найти объем призмы, если сторона основания равна 2.

14. Основанием прямой призмы служит ромб с острым углом 60°. Определите объем призмы в см^3, если ее большая диагональ имеет длину $2\sqrt{6}$ см и образует с плоскостью основания угол 45°.
15. В наклонной четырехугольной призме боковое ребро имеет длину 5 см. Сечение, перпендикулярное данному ребру, является четырехугольником со взаимно перпендикулярными диагоналями, имеющими длины 6 см и 12 см. Найти объем призмы.
16. В основании прямой призмы лежит равносторонний треугольник, стороны которого равны $4\sqrt{3}$ см. Плоскость, проходящая через сторону нижнего основания и противолежащую вершину верхнего основания, наклонена к плоскости нижнего основания под углом 30°. Найти объем призмы.
17. В наклонной треугольной призме две боковые грани взаимно перпендикулярны, их общее ребро равно 24 см и находится от двух других боковых ребер на расстоянии 12 см и 35 см. Определите площадь боковой поверхности призмы в см^2.
18. В наклонной треугольной призме боковые ребра содержат по 8 см, стороны перпендикулярного сечения относятся как 9:10:17, а его площадь равна 144 см^2. Определите боковую поверхность этой призмы в см^2.
19. Боковое ребро правильной треугольной призмы равно высоте основания, а площадь сечения, проведенного через них, равна 75 см^2. Определить объем призмы. Ответ дать в см^3.
20. В правильной шестиугольной призме площадь наибольшего диагонального сечения 4 см^2, а расстояние между двумя противоположными боковыми гранями 2 см. Найти объем призмы.
21. Основание прямой призмы - прямоугольный треугольник с острым углом 60° и противолежащим катетом 2 см. Площадь большей боковой грани равна 4 см^2. Найти объем призмы.
22. Определить объем правильной четырехугольной призмы, если ее диагональ образует с плоскостью боковой грани угол, тангенс которого равен 0,6, а сторона основания равна 3.
23. В кубе $АВСДА_1В_1С_1Д_1$:$M \in [A,C_1]$, $AM=\frac{1}{4}\ AC_1$; $N \in [Д,Д_1]$, $ДN=\frac{3}{4}\ ДД_1$. Найти MN, если ребро куба равно $\sqrt{56}$.

24. В кубе АВСДА$_1$В$_1$С$_1$Д$_1$:М$\in$[А,В$_1$], АМ=$\frac{1}{6}$ АВ$_1$; N$\in$[С,Д$_1$], CN=$\frac{2}{3}$ СД$_1$.. Найти MN, если ребро куба равно $3\sqrt{46}$.
25. В правильной треугольной призме ABCA$_1$B$_1$C$_1$ сторона основания равна 8, а боковое ребро - 15. Точка N$\in$[C$_1$,B$_1$],а точка M$\in$[A$_1$,N]. Найти длину отрезка CM, еслиC$_1$N:NB$_1$=1:2, A$_1$M:MN=3:5.
26. В правильной треугольной призме ABCA$_1$B$_1$C$_1$ сторона основания равна 5, а боковое ребро - $5\sqrt{6}$. Точка M$\in$[C,B$_1$],а точка N$\in$[A,C]. Найти длину отрезка MN, если CM:MB$_1$=2:3, AN:NC=1:4.
27. Диагональ основания прямого параллелепипеда имеет длину 7 см, и образует со сторонами основания углы α и β. Найти объём параллелепипеда, если $\sin\alpha = \frac{3}{7}$, $\sin\beta = \frac{2}{7}$, а площадь боковой поверхности параллелепипеда равна 25 см^2.
28. Сторона основания правильной треугольной призмы ABCA$_1$B$_1$C$_1$, в основании которой лежит треугольник ABC, равна $\sqrt{6}$. Угол между диагоналями AB$_1$ и BC$_1$ боковых граней равен 90°. Найти объём призмы.
29. В прямом параллелепипеде площади диагональных сечений равны 108 и 84. Найти диагональ параллелепипеда, если стороны основания равны 4 и 7.
30. Диагональ прямоугольного параллелепипеда равна 33, а длины рёбер относятся как 2:6:9. Найти большее из рёбер.
31. В прямой треугольной призме ABCA$_1$B$_1$C$_1$ на рёбрах AA$_1$ и CC$_1$ взяты точки M и N соответственно так, что AM:MA$_1$=1:3, CN:NC$_1$=5:3. Через точки M, N и B$_1$ проведена плоскость. Найти отношение объёмов тел, на которые делит призму секущая плоскость (меньшего к большему).
32. В прямой треугольной призме ABCA$_1$B$_1$C$_1$ на рёбрах BB$_1$ и CC$_1$ взяты точки M и N соответственно так, что BM:MB$_1$=5:4, CN:NC$_1$=2:7. Через точки M, N и A проведена плоскость. Найти отношение объёмов тел, на которые делит призму секущая плоскость (меньшего к большему).

2. Пирамиды

1. В правильной треугольной пирамиде двугранный угол при основании равен 30°, сторона основания равна 4 см. Найти боковую поверхность пирамиды в см^3.
2. В правильной четырехугольной пирамиде боковое ребро равняется 4 см и образует с плоскостью основания угол 30°. Найти объем пирамиды в см^3.

3. В правильной треугольной пирамиде двугранный угол при основании равен 45°, а сторона основания равна 3 см. Найти объем пирамиды в $см^3$.
4. В правильной четырехугольной пирамиде противоположные боковые ребра образуют между собой 90°. Сторона основания пирамиды равна $\sqrt[4]{3}$ см. Найти боковую поверхность пирамиды в $см^2$.
5. В правильной треугольной пирамиде сторона основания равна $3\sqrt{2}$, а плоский угол при вершине равен 60°. Найти объем пирамиды в $см^3$.
6. Боковая поверхность правильной треугольной пирамиды равна 6,75 $см^2$. Найти плоский угол при вершине (в градусах), если известно, что сторона основания пирамиды равна 3 см.
7. Основанием пирамиды служит равнобедренный треугольник, у которого равные стороны содержат по 3 см, а третья сторона 4 см. Боковые ребра равны между собой и каждое содержит 4,5 см. Определить объем пирамиды.
8. В правильной треугольной пирамиде тангенс плоского угла при вершине равен $\sqrt{15}$. Найти в градусах угол между боковым ребром и плоскостью основания.
9. В правильной четырехугольной пирамиде косинус угла между боковым ребром и смежной стороной основания равен $\frac{1}{\sqrt{3}}$. Найти в градусах угол между апофемами смежных боковых граней.
10. В правильной четырехугольной пирамиде тангенс угла между апофемами противоположных боковых граней равен $2\sqrt{2}$. Найти в градусах плоский угол при вершине пирамиды.
11. В правильной треугольной пирамиде косинус угла между боковым ребром и плоскостью основания равен $\sqrt{\frac{2}{3}}$. Найти в градусах плоский угол при вершине пирамиды.
12. В правильной треугольной пирамиде тангенс угла между боковым ребром и смежной стороной основания равен $\sqrt{\frac{5}{3}}$. Найти в градусах угол между боковым ребром и высотой пирамиды.
13. Апофема правильной шестиугольной пирамиды равна 6 см. Двугранный угол при основании равен 30°. Найти боковую поверхность пирамиды.

14. В правильной четырехугольной пирамиде тангенс угла между боковым ребром и смежной стороной основания равен $\sqrt{7}$. Найти в градусах угол между боковым ребром и плоскостью основания.
15. В правильной треугольной пирамиде тангенс угла между боковой гранью и плоскостью основания равен $\sqrt{2}$. Найти в градусах угол между боковым ребром и смежной стороной основания.
16. Высота правильной треугольной пирамиды равна высоте основания. Найти объем пирамиды, если ее апофема равна $\sqrt{30}$.
17. В правильной треугольной пирамиде сторона основания равна 5 см, а площадь основания относится к площади боковой грани как 3:7. Найти высоту пирамиды.
18. Найти сторону основания правильной треугольной пирамиды, если ее боковая поверхность равна 72 см^2, а высота - 2 см.
19. В правильной треугольной пирамиде апофема равна 4 см, а полная поверхность пирамиды относится к боковой поверхности как 3:2. Найти объем пирамиды.
20. В правильной треугольной пирамиде высота в два раза больше стороны основания, а апофема равна 7 см. Найти объем пирамиды.
21. Ребро куба $АВСДА_1В_1С_1Д_1$ равно 6 см. Найти объем пирамиды $АВВ_1Д_1Д$.
22. Ребро куба $АВСДА_1В_1С_1Д_1$ равно 3 см. Найти объем пирамиды $С_1СМВ$, где М - точка пересечения диагоналей АС и ВД.
23. Ребро куба $АВСДА_1В_1С_1Д_1$ равно 12 см. Найти объем пирамиды B_1AMCN где М - середина ВС, а N - середина АД.
24. Все рёбра правильной треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$ равны $4\sqrt{3}$. Точка F- середина ребра AA_1 а точка К - середина ребра CC_1. Плоскость, проходящая через прямую CF параллельно прямой B_1K, пересекает ребро B_1B в точке L. Найти объём пирамиды CAFLB.
25. Сторона основания правильной треугольной пирамиды равна $\sqrt[4]{48}$, боковая грань наклонена к плоскости основания под углом 60°. Найти полную поверхность пирамиды.
26. В правильной четырехугольной пирамиде апофема равна 5. Тангенс двухгранного угла при основании равен 4/3. Найти площадь полной поверхности пирамиды.

27. Сторона основания правильной треугольной пирамиды равна 2 см, а площадь боковой поверхности равна $\sqrt{30}$ см^2. Найти объем пирамиды.
28. Боковое ребро правильной треугольной пирамиды равно 4 см, а высота $\sqrt{12}$ см. Найти объем пирамиды.
29. Основанием пирамиды служит прямоугольник, площадь которого равна 36 см^2. Две боковые грани перпендикулярны к основанию, а две другие образуют с плоскостью основания углы 30° и 60°. Найти объем пирамиды в см^3.
30. Основанием пирамиды служит треугольник со сторонами 6 см, 5 см и 5 см. Все боковые грани образуют с основанием углы по 45°. Определить объем пирамиды.
31. Основанием пирамиды служит равнобедренный треугольник с основанием 6 см и высотой 9 см. Каждое боковое ребро равно 13 см. Найти объем пирамиды.
32. Высота правильного тетраэдра равна $\sqrt[4]{48}$. Найти площадь его поверхности.
33. В правильной четырехугольной пирамиде двугранный угол при основании равен 30°, а боковое ребро равно $\sqrt{7}$ см. Найти объем пирамиды в см^3.
34. В правильной треугольной пирамиде боковое ребро образует с основанием угол 30°, сторона основания равна $\sqrt[4]{7}$ см. Найти площадь боковой поверхности пирамиды в см^2.
35. Боковые ребра треугольной пирамиды взаимно перпендикулярны и каждое из них равно 6 см. Найти объем пирамиды в см^3.
36. Дана правильная треугольная пирамида, все ребра которой равны $3\sqrt{2}$ см. Найдите объем пирамиды в см^3.
37. Найти объем правильной треугольной пирамиды, высота которой равна $\sqrt{3}$, а все плоские углы при вершине пирамиды равны 90°.
38. Основанием пирамиды служит прямоугольник со сторонами 18 см и 24 см. Каждое из боковых ребер равно 25 см. Найти объем пирамиды.
39. Площадь боковой поверхности правильной треугольной пирамиды равна 54, а угол наклона боковой грани к основанию равен 30°. Найти объем пирамиды.

40. В правильной четырехугольной пирамиде площадь основания равновелика площади боковой грани. Найти высоту пирамиды, если ее боковое ребро равно $\sqrt{255}$.
41. Объем правильной треугольной пирамиды равен $\sqrt{351}$, а площадь основания $9\sqrt{3}$. Найти апофему боковой грани пирамиды.
42. Основанием пирамиды служит равнобедренный треугольник, равные стороны которого имеют длину 6; соответствующие им боковые грани перпендикулярны основанию и образуют между собой угол 120°. Угол между третьей боковой гранью и основанием равен 30°. Найти объем пирамиды.
43. Основанием пирамиды служит ромб со стороной, равной 4. Две боковые грани пирамиды перпендикулярны основанию и образуют между собой угол 60°. Самое большое боковое ребро равно $5\sqrt{3}$. Найти объем пирамиды.
44. Основанием пирамиды служит параллелограмм со сторонами 3 и 5. Две боковые грани перпендикулярны основанию и образуют между собой угол 120°. Самое большее боковое ребро равно $2\sqrt{13}$. Найти объем пирамиды.
45. В правильной усеченной четырехугольной пирамиде стороны оснований равны $\sqrt{2}$ и $3\sqrt{2}$, а высота равна 3. Найти диагональ усеченной пирамиды.
46. В правильной усеченной четырехугольной пирамиде $АВСДА_1В_1С_1Д_1$ стороны оснований 2 и 4, а высота равна $\sqrt{6}$. Найти расстояние от середины ребра нижнего основания АД до вершины $С_1$.
47. В правильной усеченной четырехугольной пирамиде стороны оснований 4 и 6, а высота $\sqrt{10}$. Найти диагональ боковой грани.
48. В правильной усеченной четырехугольной пирамиде $АВСДА_1В_1С_1Д_1$ стороны оснований 4 и 8, а высота $\frac{2}{\sqrt{3}}$. Найти расстояние от вершины $А_1$ верхнего основания до плоскости боковой грани $ДД_1С_1С$.
49. В правильной усеченной четырехугольной пирамиде $АВСДА_1В_1С_1Д_1$ стороны оснований $2\sqrt{2}$ и $\sqrt{2}$,а высота $\frac{1}{\sqrt{3}}$. Найти расстояние от вершины А до прямой $С_1С$.

50. В правильной усеченной четырехугольной пирамиде $АВСДА_1В_1С_1Д_1$ стороны оснований равны 4 и 2, а высота - 4. Найти расстояние от вершины $А_1$ до ребра СД.
51. В правильной усеченной четырехугольной пирамиде стороны оснований равны 8 и 2, а ее высота 4. Определить площадь полной поверхности усеченной пирамиды.
52. В правильной усеченной четырехугольной пирамиде высота равна 63, длины сторон оснований относятся как 7:3. Найти площадь верхнего основания, если длина апофемы равна 65
53. Основаниями усеченной пирамиды служат прямоугольные треугольники с острым углом 30°. Гипотенузы треугольников соответственно равны 6 и 4. Определить объем усеченной пирамиды, если ее высота равна $\sqrt{3}$.
54. Высота правильной усеченной четырехугольной пирамиды равна 3 см. Объем ее равен 38 см^3, а площади оснований относятся как 9:4. Определить боковую поверхность усеченной пирамиды.
55. Стороны оснований правильной усеченной треугольной пирамиды равны 6 см и 12 см, высота равна 1 см. Определить боковую поверхность пирамиды в см^2 .
56. Стороны основания правильной усеченной шестиугольной пирамиды соответственно равны 4 и 2. Высота усеченной пирамиды равна $\frac{1}{\sqrt{3}}$. Найти объем усеченной пирамиды.
57. Найти объем правильной усеченной четырехугольной пирамиды, если ее диагональ равна 18, а длины сторон оснований равны 10 и 14.
58. В правильной треугольной пирамиде ABCM через сторону основания BC под углом 45° к плоскости основания ABC проведено сечение BCK. Точка K делит боковое ребро AM пополам. Найти объём пирамиды ABCK, если боковое ребро AM=$2\sqrt{15}$.
59. В правильной треугольной пирамиде ABCD через сторону основания BC под углом 30° к плоскости основания ABC проведено сечение BCK. Точка K делит ребро AD так, что DK:AK =2:1. Найти объём пирамиды ABCK, если сторона основания AB= $6\sqrt{3}$.
60. В правильной четырёхугольной пирамиде ABCDE через диагональ основания AC проведено сечение ACK, образующее с плоскостью

основания угол 45°. Точка K разделила ребро BE так, что EK:KB = 2:1. Найти объём пирамиды ABCK, если сторона основания AB$=3\sqrt{2}$.

61. Через диагональ BD основания правильной четырёхугольной пирамиды ABCDE проведено сечение BDK под углом 45° к плоскости основания. Точка K делит боковое ребро AE пополам. Найти объём пирамиды ABDK, если ребро AE = $15\sqrt{2}$.
62. Угол между боковыми гранями правильной треугольной пирамиды равен α. Найти плоский угол при вершине пирамиды, если $\cos\frac{1}{2}\alpha = \sqrt{\frac{2}{3}}$. Ответ записать в градусах.
63. Плоский угол при вершине правильной треугольной пирамиды равен α. Найти косинус угла между боковыми гранями пирамиды, если $\sin\alpha = \frac{2\sqrt{2}}{3}$.
64. Синус угла между апофемами смежных боковых граней правильной четырехугольной пирамиды равен $\frac{\sqrt{5}}{3}$. Найти угол между боковым ребром и стороной основания.
65. Синус угла между апофемами правильной треугольной пирамиды равен $\frac{\sqrt{11}}{6}$. Найти угол между боковым ребром и стороной основания.
66. В основании пирамиды лежит прямоугольный треугольник с катетами $11\sqrt{3}$ и $60\sqrt{3}$. Найти объем пирамиды, если все боковые грани ее образуют с плоскостью основания угол 60°.
67. В основании пирамиды лежит равнобедренный треугольник с боковой стороной 10 и основанием 12. Боковые ребра образуют с плоскостью основания угол α, косинус которого равен $\frac{25}{4\sqrt{61}}$. Найти площадь боковой поверхности пирамиды.
68. В основании пирамиды лежит прямоугольный треугольник с катетами $8\sqrt{3}$ и $15\sqrt{3}$. Найти объем пирамиды, если все ее боковые ребра равны гипотенузе основания.
69. В основании пирамиды лежит равнобедренный треугольник с основанием 14 и боковой стороной 25. Все боковые грани пирамиды наклонены под одним углом к плоскости основания. Найти площадь боковой поверхности пирамиды, если ее высота равна 5.
70. Основанием пирамиды служит равносторонний треугольник со стороной, равной 4. Высота пирамиды равна 2. Найти площадь боковой поверхности пирамиды, если точка пересечения высоты с плоскостью

основания равноудалена от одной из сторон основания и продолжений двух других сторон основания.

71. Основанием пирамиды служит прямоугольный треугольник, длины катетов которого равны 12 и 16. Площадь боковой поверхности пирамиды равна 312. Вершина пирамиды равноудалена от большего катета и продолжений меньшего катета и гипотенузы. Найти высоту пирамиды.
72. Основанием пирамиды служит равносторонний треугольник. Высота пирамиды в два раза меньше стороны основания. Площадь боковой поверхности пирамиды равна 54. Найти длину стороны основания, если точка пересечения высоты пирамиды с плоскостью основания равноудалена от одной из сторон и продолжения двух других сторон основания.
73. Основанием пирамиды служит прямоугольный треугольник с меньшим катетом равным 6 и гипотенузой равной 10. Высота пирамиды равна 3. Найти площадь боковой поверхности пирамиды, если проекция вершины пирамиды на плоскость основания равноудалена от меньшего катета и продолжений двух других сторон основания.

3. Тела вращения

1. Высота цилиндра больше, чем радиус на 10 см. Полная поверхность цилиндра равна 144π см^2. Найти радиус цилиндра.
2. Найти диагональ осевого сечения цилиндра, если объем цилиндра равен 240π дм^3, а боковая поверхность 120π дм^2.
3. Развертка боковой поверхности цилиндра есть квадрат со стороной равной $\sqrt[3]{\pi}$. Найти объем цилиндра.
4. Площадь боковой поверхности цилиндра равна площади его основания. Найти высоту цилиндра, если его объем равен объему шара с радиусом $\sqrt[3]{3}$.
5. Площадь основания цилиндра в 3 раза меньше площади его полной поверхности. Найти высоту цилиндра, если его объем равен объему шара с радиусом $\sqrt[3]{81}$.
6. Высота конуса равна h . Разверткой боковой поверхности этого конуса является сектор с центральным углом 120°. Вычислить объем конуса.

7. Осевым сечением конуса является прямоугольный треугольник, площадь которого равна 9 см^2. Найдите объем конуса в см^3. Принять π=3,14.
8. Длина высоты и длина образующей конуса относятся как 4:5. Найдите отношение площади полной поверхности конуса к площади его боковой поверхности.
9. Площадь основания конуса равна 25π м^2 . Образующая длиннее высоты на 1 м. Найдите отношение площади боковой поверхности конуса к площади основания.
10. Радиусы оснований усеченного конуса 7 и 12 см, образующая наклонена к плоскости основания под углом 45°. Найти площадь осевого сечения конуса.
11. Площадь боковой поверхности конуса в 3 раза больше площади его основания. Найти высоту конуса, если его объем равен объему шара с радиусом $\sqrt[3]{2}$.
12. Площадь полной поверхности конуса относится к площади его боковой поверхности как 4:3. Найти высоту конуса, если его объем равен объему шара с радиусом $\sqrt[3]{54}$.
13. Полукруг свернут в коническую поверхность. Найти угол (в градусах) между образующей и осью конуса.
14. Радиус основания конуса равен $\sqrt[6]{\frac{72}{\pi^2}}$, а угол при вершине в развертке его боковой поверхности равен 120°. Найти объем конуса.
15. Длина высоты конуса равна 12, а объем конуса равен 100π. Найти отношение площади боковой поверхности конуса к площади основания.
16. Площадь основания конуса $\frac{36}{\pi}$, а площадь его осевого сечения 21. Найти объем конуса.
17. Объем конуса равен 96π см^3, а площадь его основания равна 36π см^2. Найти длину образующей конуса.
18. Высота конуса равна $\frac{3}{\sqrt[3]{\pi}}$, а расстояние от центра основания до образующей равно $\frac{2}{\sqrt[3]{\pi}}$. Найти объем конуса.
19. Площадь основания конуса равна 64π см^2. Образующая конуса длиннее его высоты на 2 см. Найти отношение площади боковой поверхности конуса к площади его основания.

20. Площадь боковой поверхности конуса в $\frac{5}{3}$ раза больше площади основания. Найти объем конуса, если радиус его основания равен $\frac{6}{\sqrt[3]{\pi}}$.
21. Длины высоты и образующей конуса относятся как 3:5. Найти отношение площадей полной поверхности конуса к площади его основания.
22. Площадь осевого сечения конуса равна $\frac{60}{\sqrt[3]{\pi^2}}$. Найти объем конуса, если известно, что высота конуса больше радиуса его основания на $\frac{7}{\sqrt[3]{\pi}}$.
23. Объем конуса равен 1024π см^3, а площадь осевого сечения конуса равна 192 см^2. Найти длину образующей конуса.
24. Полная поверхность усеченного конуса равна 572π м^2, а длины радиусов оснований равны 6 м и 14 м. Определить длину высоты усеченного конуса.
25. Образующая усеченного конуса равна 18 см и наклонена к основанию под углом 60°. Найти в см радиус большего основания, если он в два раза больше радиуса меньшего основания.
26. Дан усеченный конус с радиусами оснований 4 и 22. Найти радиус цилиндра, объем и высота которого совпадают с объемом и высотой усеченного конуса.
27. В усеченном конусе высота равна 63 дм, образующая - 65 дм, боковая поверхность - 2600π дм^2. Определить в дм радиус нижнего основания.
28. В усеченном конусе радиусы оснований и образующая относятся как 3:11:17, а объем равен 815π см^3. Найти полную поверхность усеченного конуса.
29. Длины радиусов оснований усеченного конуса и длина его образующей относятся как 1:4:5; длина высоты равна 8 см. Найдите площадь боковой поверхности усеченного конуса в см^2. Принять π=3,14.

4. Вписанные (описанные) тела

1. В цилиндр с радиусом основания $R = 6$ см и высотой $h = 4\sqrt{3}$ см вписана правильная треугольная призма. Определить объем призмы.
2. В цилиндр с радиусом основания 5 см и высотой $3\sqrt{3}$ см вписана правильная треугольная призма. Определить боковую поверхность призмы.
3. В цилиндр вписана правильная треугольная призма, а в призму вписан цилиндр. Найти отношение объемов цилиндров.

4. В шар вписан цилиндр, высота которого равна $\frac{4}{3}$ радиуса шара. Найдите отношение объема шара к объему цилиндра.
5. В сферу радиуса R вписан прямой круговой цилиндр, площадь основания которого в 4 раза меньше площади большого круга. Найти объем цилиндра через радиус сферы.
6. В шар вписана правильная четырехугольная пирамида, высота которой делится центром шара на две части 4 см и 5 см, считая от основания. Найти объем пирамиды.
7. Сторона основания правильной четырехугольной пирамиды вдвое меньше ее высоты и равна 4. Найти радиус шара, описанного около пирамиды.
8. Сторона основания правильной четырехугольной пирамиды равна $2\sqrt{3}$, а угол наклона боковой грани к плоскости основания равен 60°. Найти радиус шара, описанного около пирамиды.
9. Радиус шара, описанного около правильной четырехугольной пирамиды, равен 9. Найти высоту пирамиды, если она вдвое больше стороны основания.
10. Радиус шара, описанного около правильной четырехугольной пирамиды, равен $\sqrt{3}$. Найти сторону основания пирамиды, если угол между ее боковой гранью и плоскостью основания равен 60°.
11. Высота правильной четырехугольной пирамиды равна диагонали основания. Найти сторону основания пирамиды, если радиус описанного около нее шара равен $5\sqrt{2}$.
12. Высота правильной четырехугольной пирамиды равна стороне основания и равна $1+\sqrt{5}$. Найти радиус шара, вписанного в пирамиду.
13. Длина бокового ребра правильной треугольной пирамиды равна $2\sqrt{3}$. Боковое ребро составляет с плоскостью основания угол 60°. Найти радиус описанного около пирамиды шара.
14. Правильная треугольная пирамида вписана в шар так, что ее основание проходит через центр шара. Радиус шара равен $2\sqrt{3}$ см. Найти объем пирамиды.
15. Апофема правильной четырехугольной пирамиды вдвое больше стороны основания и равна $2\sqrt{15}$. Найти радиус шара, вписанного в пирамиду.

16. Сторона основания правильной четырехугольной пирамиды равна $5\sqrt{3}$, а угол наклона боковой грани к плоскости основания равен 60°. Найти радиус шара, вписанного в пирамиду.
17. В правильную четырехугольную пирамиду со сторонами основания $2\sqrt{5}$ вписан полушар, центр которого лежит в основании пирамиды. Найти боковое ребро пирамиды, если объем полушара равен $1{,}25\pi\sqrt{15}$.
18. В правильную четырехугольную пирамиду вписан куб, нижнее основание которого лежит в основании пирамиды, а вершины верхнего основания на боковых ребрах пирамиды. Сторона основания пирамиды 3, а ребро куба 1. Найти квадрат длины бокового ребра пирамиды.
19. В правильную четырехугольную пирамиду вписан куб с ребром 12 так, что его нижнее основание лежит в плоскости основания пирамиды, а вершины верхнего основания лежат на апофемах. Найти объем пирамиды, если сторона ее основания равна $16\sqrt{2}$.
20. В правильную четырехугольную пирамиду вписан куб, основание которого лежит в основании пирамиды, а диагональ куба перпендикулярна к боковому ребру пирамиды. Найти ребро куба, если объем пирамиды равен $\frac{64}{3}$.
21. В правильную четырехугольную пирамиду вписан конус. Найти объем конуса, если объем пирамиды равен $\frac{288}{\pi}$.
22. Найти площадь поверхности шара, описанного около конуса, у которого радиус основания $\frac{2}{\sqrt{\pi}}$, а высота $\frac{1}{\sqrt{\pi}}$.
23. В конус, в осевом сечении которого правильный треугольник, вписан цилиндр, высота которого в $\sqrt{3}$ раз меньше радиуса основания конуса. Определите отношение объема конуса к объему цилиндра.
24. В конус с радиусом основания 5 вписан цилиндр. Диагональ осевого сечения цилиндра параллельна образующей конуса и равна $\frac{26}{3}$. Найти длину образующей конуса, если высота цилиндра равна 8.
25. В конусе радиус основания $\frac{1}{2}$, а высота $2\sqrt{3}$. Найти объем треугольной призмы, вписанной в конус, у которой все ребра равны.
26. В конусе радиус основания 5, а высота 10. Найти объем треугольной призмы, вписанной в конус, если известно, что в основании ее лежит

прямоугольный треугольник с катетом 4, а его гипотенуза равна высоте призмы.

27. В конусе радиус основания $6\sqrt{2}$, а высота 12. Найти объем куба, вписанного в этот конус.
28. В конус с радиусом основания *r* вписан шар радиуса *R*. Определить объем конуса.
29. В конус вписан шар. Поверхность шара относится к площади основания как 4**:**3. Найти угол при вершине конуса.
30. Высота конуса 20, образующая 25. Найти радиус вписанного полушара, основание которого лежит на основании конуса.
31. Высота конуса равна 3, угол между высотой и образующей 45°. В этот конус вписан другой конус так, что его вершина совпадает с центром основания первого конуса, а соответствующие образующие взаимно перпендикулярны. Найти объем вписанного конуса, полагая π=3,14.
32. В конус, в осевом сечении которого правильный треугольник вписан шар. Определите отношение объема конуса к объему шара.
33. Площадь поверхности сферы, вписанной в конус , равна 100π, а длина окружности, по которой сфера касается конуса, равна 6π. Найти радиус основания конуса.
34. Тангенс угла наклона образующей к основанию конуса равен 4/3. Найти отношение площади основания конуса к площади поверхности вписанного в него шара.
35. Радиус основания конуса в три раза больше радиуса вписанной в него сферы. Найти образующую конуса, если длина окружности, по которой сфера касается конуса, равна 12π.
36. Тангенс угла наклона образующей к основанию конуса равен 0,75. Найти отношение площади основания конуса к площади поверхности вписанной в него сферы.
37. Образующая конуса равна 37,5, а тангенс угла между образующей и высотой равен 4/3. Найти радиус шара, вписанного в конус.
38. Площадь основания конуса относится к площади поверхности вписанного в него шара как 9**:**4. Найти тангенс угла наклона образующей конуса к основанию.

39. Радиус шара, вписанного в конус, в два раза меньше радиуса его основания. Найти образующую конуса, если длина окружности, по которой шар касается конуса, равна 24π.
40. Образующая конуса равна 50, а тангенс угла между образующей и высотой равен 0,75. Найти радиус вписанного в конус шара.
41. Площадь основания конуса равна площади поверхности вписанного в него шара. Найти тангенс угла между образующей и высотой конуса.
42. Высота цилиндра уменьшилась на 20%, а радиус основания увеличился на 20%. На сколько процентов увеличился или уменьшился объём цилиндра?
43. Высота конуса увеличилась на 40%, а радиус основания уменьшился на 30%. На сколько процентов увеличился или уменьшился объём конуса?
44. Угол между высотой и апофемой правильной треугольной пирамиды равен 30°. Найти радиус вписанного в неё шара, если радиус описанного шара равен 35.
45. Площадь основания правильной треугольной пирамиды в 2 раза меньше площади её боковой поверхности. Найти радиус описанного около неё шара, если радиус вписанного шара равен 2.
46. Высота правильной четырехугольной пирамиды равна 6, а радиус описанного около нее шара равен 5. Найти радиус шара, вписанного в пирамиду.
47. Сторона основания правильной четырехугольной пирамиды равна $4\sqrt{3}$, а радиус вписанного в нее шара равен 2. Найти радиус описанного около нее шара.
48. Сторона основания правильной треугольной пирамиды равна 24, а высота -12. Найти расстояние между центрами вписанного и описанного шаров.
49. Двугранный угол при основании правильной четырехугольной пирамиды равен 60°, а боковое ребро равно $2\sqrt{15}$. Найти расстояние между центрами вписанного и описанного шаров.
50. Высота правильной четырёхугольной пирамиды равна 3. Сфера радиуса 2 касается плоскости каждой боковой храни в точке, лежащей на стороне основания пирамиды. Найти объём пирамиды.
51. Боковая поверхность конуса равна 45π, а образующая - 7,5. Найти радиус шара, вписанного в конус.

52. Сторона основания правильной треугольной пирамиды равна $4\sqrt{3}$. Сфера радиуса $\frac{4}{\sqrt{3}}$ касается плоскости каждой боковой грани в точке, лежащей на стороне основания пирамиды. Найти объём пирамиды.
53. Конус вписан в шар. Найти отношение площади поверхности шара к площади боковой поверхности конуса, если образующая конуса в три раза больше радиуса его основания.
54. Радиус шара, вписанного в конус, относится к его высоте как 12:25. Найти отношение площади поверхности шара к площади основания конуса.
55. Боковые рёбра треугольной пирамиды взаимно перпендикулярны, а стороны основания равны $\sqrt{10}$, $\sqrt{7}$ и $\sqrt{15}$. Найти радиус шара, описанного около пирамиды.
56. Боковые рёбра треугольной пирамиды взаимно перпендикулярны. Радиус шара, описанного около пирамиды, равен 2,5, а две стороны основания пирамиды равны $2\sqrt{5}$ и $\sqrt{21}$. Найти третью сторону основания пирамиды.
57. Площадь основания правильной треугольной пирамиды равна $300\sqrt{3}$, а радиус вписанного в неё шара равен 6. Найти высоту пирамиды.
58. Сторона основания правильной треугольной пирамиды равна $12\sqrt{3}$, а площадь её боковой поверхности равна $135\sqrt{3}$. Найти радиус шара, вписанного в пирамиду.
59. Площадь основания конуса равна 100π, а радиус шара, вписанного в него равен 6. Найти высоту конуса.
60. Синус угла между апофемами противоположных боковых граней правильной четырехугольной пирамиды равен 7/9 , а высота равна $\sqrt{2}$. Найти радиус вписанного шара.
61. Тангенс угла между боковым ребром и стороной основания правильной треугольной пирамиды равен $\frac{5}{\sqrt{3}}$, а высота равна $\sqrt{2}$. Найти радиус вписанного шара.
62. Шар касается боковой поверхности прямого кругового конуса по окружности его основания. Площадь боковой поверхности шара равна 48π, а образующая конуса равна 6. Найти радиус основания конуса.
63. Шар касается боковой поверхности прямого кругового конуса по окружности его основания. Угол между образующей конуса и его

высотой равен 30 . Площадь боковой поверхности конуса равна 54π. Найти радиус шара.

64. Шар касается боковой поверхности прямого кругового конуса по окружности его основания. Объем шара равен $\frac{1372}{3}\pi$, а образующая конуса равна 24. Найти высоту конуса.

5. Сечения

1. В прямоугольном параллелепипеде стороны основания равны 7 и 17 см. Определить площадь диагонального сечения, если диагонали параллелепипеда образуют с плоскостью нижнего основания угол равный 45°.
2. В прямоугольном параллелепипеде стороны основания 7 см и 24 см, высота 8 см. Определить в см^2 площадь диагонального сечения.
3. В прямоугольном параллелепипеде боковое ребро равно 5 см, площадь диагонального сечения равна 205 см^2, площадь основания 360 см^2. Определить большую из сторон основания в см.
4. В прямоугольном параллелепипеде $АВСДА_1В_1С_1Д_1$ через вершину $А_1$ и диагональ ВД основания проведено сечение. Найти высоту сечения, опущенную из вершины $А_1$ если стороны основания равны 15 см и 20 см, а боковое ребро - 5 см.
5. В кубе $АВСДА_1В_1С_1Д_1$ с ребром *а* построено сечение плоскостью, которая проходит через середины $А_1В_1$, $А_1Д_1$ и вершину А. Найти площадь сечения.
6. В кубе $АВСДА_1В_1С_1Д_1$ построено сечение плоскостью, которая проходит через середины отрезков $В_1С_1$, $С_1Д_1$ и вершину А. Найти площадь полученного сечения, если ребро куба равно *а.*
7. Боковое ребро правильной треугольной призмы равно высоте основания, а площадь сечения, проведенного через них, равна 75 см^2. Определить объем призмы.
8. В правильной треугольной призме со стороной основания равной 30 см и высотой 50 см проведено через сторону основания сечение под углом 30° к основанию. Определить площадь сечения.
9. В правильной четырехугольной призме площадь боковой грани равна $6\sqrt{2}$ м^2. Найти площадь диагонального сечения.

10. Через диагональ нижнего основания правильной четырехугольной призмы и противоположную вершину ее верхнего основания проведена секущая плоскость, образующая с плоскостью основания угол 45°. Найдите объем образовавшейся треугольной пирамиды, если высота призмы равна 6 см.
11. В правильной треугольной призме через сторону основания под углом 60° к нему проведено сечение плоскостью, делящей боковое ребро пополам. Найдите объем образовавшейся пирамиды, если высота призмы равна $12\sqrt{3}$.
12. В основании прямого параллелепипеда АВСДА$_1$В$_1$С$_1$Д$_1$ лежит прямоугольник со сторонами АВ=3 и АД=4. Через меньшие стороны верхнего и нижнего основания проведено сечение, плоскость которого с основанием образует угол, синус которого равен 0,6. Найти объем пирамиды А$_1$В$_1$СДА.
13. В правильной четырехугольной пирамиде боковое ребро длиной a образует с плоскостью основания угол β. Через диагональ основания параллельно боковому ребру проведена плоскость. Определить площадь полученного сечения.
14. Дана правильная четырехугольная пирамида с боковым ребром b. Плоскость сечения проходит через диагональ основания и середину бокового ребра и составляет с плоскостью основания угол β. Найти площадь сечения.
15. Определить объем правильной четырехугольной пирамиды, если сечение, проведенное через диагональ основания и высоту пирамиды есть прямоугольный треугольник, площадь которого 36 см^2.
16. В пирамиде проведена секущая плоскость параллельная основанию и делящая высоту пирамиды в отношении 3:1 (считая от вершины). Определить площадь сечения, если площадь основания пирамиды равна 400 см^2.
17. В пирамиде проведено сечение параллельное основанию и делящее высоту в отношении 3:4, считая от вершины. Определить в см^2 площадь основания пирамиды, если площадь сечения на 200 см^2 меньше площади основания.

18. Площади оснований правильной усеченной пирамиды соответственно равны 12 см^2 и 27 см^2. Определить высоту полной пирамиды, если высота усеченной равна 5 см.
19. В правильной четырехугольной пирамиде через середины двух боковых ребер параллельно высоте пирамиды проведено сечение. Найти площадь этого сечения, если боковое ребро пирамиды равно 18, а диагональ основания $16\sqrt{2}$.
20. Сторона основания правильной четырехугольной пирамиды ABCDE равна 6, а ее высота EM=8. Через середину ребра AB и вершину D перпендикулярно основанию проведено сечение. Найти объем образовавшейся треугольной пирамиды.
21. В основании треугольной пирамиды ABCD лежит правильный треугольник ABC со стороной равной $8\sqrt{3}$. Боковая грань пирамиды BCD перпендикулярна основанию, а боковое ребро AD наклонено к плоскости основания под углом 60°. Через ребро BC перпендикулярно к ребру AD проведено сечение. Найти объем пирамиды BCMD, где M - точка пересечения ребра AD и плоскости сечения.
22. В треугольной пирамиде MABC ребро BM равно 10 см и перпендикулярно основанию. ABC - прямоугольный треугольник с катетами BA= 30 см, BC = 40 см. Найти площадь сечения, проведенного через ребро BM перпендикулярно к стороне основания AC.
23. Радиус основания цилиндра равен 26 см, образующая - 48 см. На каком расстоянии от оси цилиндра нужно провести сечение параллельно оси, чтобы это сечение имело форму квадрата.
24. Радиус цилиндра равен 12 см. Найти расстояние между осевым сечением цилиндра и сечением в 3/5 раза меньшей площади.
25. Осевое сечение конуса - равносторонний треугольник. Радиус основания конуса 10 см. Найти площадь сечения, проведенного через образующие, между которыми угол 30°.
26. Площади оснований усеченного конуса равны 81π см^2 и 225π см^2, образующая относится к высоте как 5:4. Найти площадь осевого сечения.
27. Площадь поверхности шара 20 см^2. На расстоянии d=$\frac{3}{2\sqrt{\pi}}$ см от центра шара проведена плоскость. Найти площадь полученного сечения.

28. Площадь поверхности шара равна $\frac{5}{\pi}$ см^2. На расстоянии d=$\frac{1}{\pi}$ от центра шара проведена плоскость. Найти длину полученной в сечении окружности.
29. Объём шара равен $\frac{256}{3\sqrt{\pi}}$ см^3. Через конец радиуса шара проведена плоскость под углом 60° к нему. Найти площадь сечения.
30. Площадь сечения шара плоскостью равна 4/9 см^2, радиус шара в 3 раза больше радиуса сечения. Найти площадь поверхности шара.
31. В кубе ABCDA'B'C'D' через середины рёбер A'D', D'D и вершину B' проведено сечение. Найти площадь сечения, если ребро куба равно $4\sqrt{5}$.
32. В кубе ABCDA'B'C'D' через середины рёбер A'B', C'D' и вершину B проведено сечение. Найти объём куба, если площадь сечения равна $\frac{9}{2}\sqrt{5}$.
33. Боковое ребро правильной четырехугольной пирамиды равно 12, а сторона основания - 8. Найти площадь сечения, проведенного через сторону основания и середины противоположных боковых ребер пирамиды.
34. Площадь сечения правильной треугольной пирамиды, проведенного через сторону основания и середину противоположного бокового ребра, равна 6. Найти боковое ребро пирамиды, если сторона ее основания равна $2\sqrt{3}$.
35. Сторона основания правильной четырехугольной пирамиды ABCDS (с основанием ABCD*)* равна 6. Через вершину A и точку M, лежащую на стороне CD, перпендикулярно к основанию проведено сечение, площадь которого равна $\frac{6}{5}\sqrt{29}$. Найти объем пирамиды, если CM:MD=3:2.
36. Сторона основания правильной четырехугольной пирамиды ABCDS (с основанием ABCD*)* равна $\sqrt{10}$, а ее высота - 6. Через вершину B и точку M, лежащую на стороне CD, перпендикулярно к основанию проведено сечение. Найти площадь сечения, если CM:MD=1:2.
37. В правильной треугольной пирамиде ABCS точка M делит сторону основания BC в отношении 3:1. Найти площадь сечения пирамиды плоскостью, которая проходит через вершину основания A и точку M перпендикулярно основанию ABC, если сторона основания равняется $\sqrt{13}$, высота пирамиды равняется 5.
38. В правильной треугольной пирамиде ABCS точка M делит сторону основания BC в отношении 5:4. Найти площадь сечения пирамиды

плоскостью, которая проходит через вершину основания A и точку M перпендикулярно основанию ABC, если сторона основания равняется $\sqrt{61}$, высота пирамиды равняется 39.

39. Через середины смежных сторон основания правильной четырёхугольной призмы проведена плоскость, образующая с плоскостью основания угол φ и пересекающая три боковые ребра призмы. Найти сторону основания призмы, если площадь сечения равна 35 см^2, а $\sin\varphi = \frac{\sqrt{21}}{5}$.
40. Основанием прямой призмы является ромб, диагонали которого относятся как 8:15, а сторона ромба относится к высоте призмы как 2:1. Найти площадь большего диагонального сечения, если объём призмы равен 2040.
41. Сторона основания правильной четырехугольной пирамиды ABCDS равна 12, а высота - $\frac{3}{2}\sqrt{6}$. Точка E лежит на боковом ребре SA и делит его в отношении 1:2, считая от вершины S. Найти площадь сечения, проведенного через точку E и середины сторон AB и AD.
42. Высота правильной треугольной пирамиды равна $2\sqrt{2}$, а боковое ребро - $2\sqrt{6}$. Найти площадь сечения, проведенного через вершину основания и середины противоположных боковых рёбер.
43. Основанием пирамиды служит ромб, диагонали которого относятся как 24:7, а сторона основания относится к большему боковому ребру как 5:6. Найти объём пирамиды, если известно, что её высота падает в центр основания, а площадь меньшего диагонального сечения равна 31,5.
44. Сторона основания правильной четырехугольной пирамиды ABCDS равна $2\sqrt{2}$, а боковое ребро равно 3. На сторонах основания BC и AD взяты точки K и L так, что BK:KC=3:1, AL:LD=1:3. Найти площадь треугольника SKL.
45. Сторона основания правильной треугольной пирамиды равна $4\sqrt{3}$, а высота - 1. Найти площадь сечения, проведенного через середины двух сторон основания и вершину пирамиды.
46. В правильной четырёхугольной пирамиде MABCD через середины сторон основания AB и AD параллельно боковому ребру AM проведена плоскость. Найти площадь сечения, если сторона основания равна 2, а боковое ребро равно $4\sqrt{2}$.

47. Сторона основания правильной четырехугольной пирамиды равна 2, а высота - 1. Найти площадь сечения, проведенного через середины смежных сторон основания и вершину пирамиды.
48. Сторона основания правильной треугольной пирамиды ABCS равна $6\sqrt{3}$, а высота - 3. Точка К делит боковое ребро SC в отношении 2:1, считая от вершины S. Найти площадь треугольника ABK.
49. В правильной треугольной пирамиде сторона основания равна 12, а боковые грани наклонены к плоскости основания под углом 60°. Через центр основания проведена плоскость, параллельная стороне основания и перпендикулярная грани, проходящей через эту сторону. Найти площадь сечения.
50. В правильной четырёхугольной пирамиде сторона основания равна $2\sqrt[4]{3}$, а боковое ребро наклонено к плоскости основания под углом 60°. Через вершину основания проведена плоскость, перпендикулярная противоположному боковому ребру. Найти площадь сечения.
51. В правильной четырёхугольной пирамиде SABCD площадь сечения плоскостью, проходящей через середины сторон основания AB и AD параллельно боковому ребру AS, равняется 20. Найти длину стороны основания, если боковое ребро равно $8\sqrt{2}$.
52. В правильной треугольной пирамиде SABC двугранный угол при основании равен 60°. Через точку пересечения медиан основания параллельно стороне основания AB проведена плоскость, которая перпендикулярна боковой грани ASB. Найти длину стороны основания, если площадь сечения равна 102.
53. В правильной четырёхугольной пирамиде боковое ребро наклонено к плоскости основания под углом 60°. Через вершину основания проведена плоскость, перпендикулярная противоположному боковому ребру. Найти длину стороны основания пирамиды, если площадь сечения равна $12\sqrt{3}$.
54. Найти площадь сечения куба ABCDA'B'C'D' с ребром $\sqrt{3}$ плоскостью, проходящей через середину диагонали BD' перпендикулярно к ней.
55. В правильной четырехугольной призме ABCDA'B'C'D' со стороной основания $\frac{3}{\sqrt{2}}$ и высотой 4 через точку M, лежащую на диагонали AC', проведено сечение перпендикулярно к диагонали. Найти площадь сечения, если AM:MC'=1:9.

56. Найти площадь сечения единичного куба ABCDA'B'C'D' плоскостью, проходящей перпендикулярно диагонали AC' через точку M, лежащую на ней, такую, что AM:MC'=1:3.
57. В правильной четырехугольной призме ABCDA'B'C'D' со стороной основания 4 и высотой 2 проведено сечение плоскостью, проходящей через вершину D перпендикулярно к диагонали AC'. Найти площадь сечения.
58. Найти площадь сечения куба ABCDA'B'C'D' с ребром $2\sqrt{3}$ плоскостью, проведенной через вершину C перпендикулярно диагонали BD'.
59. В правильной четырехугольной призме ABCDA'B'C'D' со стороной основания 2 и высотой 1 проведено сечение через середину диагонали B'D перпендикулярно к ней. Найти площадь сечения.

6. Пересекающиеся плоскости

1. Дан прямоугольный треугольник ABC, у которого угол C равен 90°, угол B равен α. Через катет AC проведена плоскость P образующая с плоскостью треугольника угол β. Найти угол наклона гипотенузы AB к плоскости P.
2. Дан прямоугольник, длины сторон которого равны 1 см и 2 см. Меньшая сторона прямоугольника в плоскости P, а диагональ прямоугольника образует с плоскостью P угол, величина которого равна α. Найти величину угла между плоскостью прямоугольника и плоскостью P.
3. Плоскость прямоугольного треугольника, длины катетов которого равны 3 см и 4 см, образует с плоскостью P угол α. Гипотенуза этого треугольника лежит в плоскости P. Найти величину угла, который образует меньший катет с плоскостью P.
4. Основание равностороннего треугольника лежит в плоскости P, а боковая сторона этого треугольника образует с плоскостью P угол α. Найти величину угла, который образует плоскость треугольника с плоскостью P.
5. Дан прямоугольный треугольник ABC, площадь которого равна S, угол C равен 90°, угол B равен α. Через катет AC проведена плоскость P, образующая с плоскостью треугольника угол β. Найти расстояние от вершины B до плоскости P.
6. В прямоугольном треугольнике ABC катеты AB и AC равны соответственно 2 и 1. Отрезок прямой AD перпендикулярен плоскости

треугольника ABC. Найти длину AD, если косинус двугранного угла между плоскостями ABD и BCD равен 2/3.

7. Из вершины прямого угла равнобедренного треугольника ABC восстановлен перпендикуляр к плоскости треугольника. Точка M на этом перпендикуляре отстоит от плоскости треугольника на расстоянии 2. Угол между плоскостями ABM и BCM равен 60°. Найти гипотенузу BC треугольника.
8. Из вершины прямого угла треугольника ABC с катетом AB=$2\sqrt{2}$ восстановили перпендикуляр к плоскости треугольника. На этом перпендикуляре взяли точку M так, что AM=AC=4. Найти угол между плоскостями ABM и BCM (ответ дать в градусах).
9. Из вершины прямого угла A треугольника ABC с острым углом $\angle$B=$\mathrm{arctg}\sqrt{2}$ восстановлен перпендикуляр к плоскости треугольника. На этом перпендикуляре взята точка M на расстоянии 2 от плоскости ABC. Найти угол между плоскостями ACM и BCM, если AC=2 (ответ дать в градусах).
10. В равнобочной трапеции высота равна меньшему основанию и втрое меньше большего основания. Диагонали трапеции наклонены к плоскости P под углом α. Найти косинус двугранного угла, образованного плоскостью трапеции и плоскостью P, если $\cos\alpha = \sqrt{0{,}818}$, а большее основание трапеции лежит в плоскости P.
11. В параллелограмме одна из сторон вдвое больше другой, а острый угол равен 60° . Одна из меньших сторон параллелограмма лежит в плоскости P, а его большая диагональ образует с этой плоскостью угол α. Найти косинус угла, образованного меньшей диагональю параллелограмма и плоскостью P, если $\cos\alpha = \sqrt{\frac{67}{112}}$.
12. К плоскости параллелограмма ABCD, у которого AB=4, BC=8, а угол A=60°, проведен перпендикуляр AM. Точка M удалена от диагонали BD на расстояние $\sqrt{65}$. Найти длину перпендикуляра AM.
13. К плоскости равнобедренного треугольника ABC (AB=BC=13, AC=10) проведен перпендикуляр BM= $2\sqrt{3}$. Найти расстояние от точки M до биссектрисы, проведенной в треугольнике ABC из вершины C.

2. Оценочные материалы для проведения промежуточной аттестации

Планируемый образовательный результат (компетенция, индикатор)	Типовые контрольные задания	Критерии оценивания и шкала оценивания
ПК-1 Способен преподавать математику и (или) информатику в средней школе, специальных учебных заведениях на основе полученного фундаментального образования и научного мировоззрения *ПК-1.1 Применяет современные методики преподавания профессиональных дисциплин* *ПК-1.2 Планирует учебные занятия по образовательным программам с учетом уровня подготовки и психолого-возрастных особенностей аудитории* *ПК-1.3 Применяет образовательные технологии при проведении групповых и индивидуальных занятий*	1. Решить 10 трудных задач, используя сборник для подготовки и проведения письменного экзамена по геометрии. 2. Подготовка к одному уроку математики в старшей школе. Тему урока и его тип студент выбирает самостоятельно. В отчете должно быть отражено: - тематическое планирование; - подробный отбор содержания урока; - конспект урока. 3. Решить задачу: Высота правильной усеченной четырехугольной пирамиды равна 3 см. Объем ее равен 38 см^3, а площади оснований относятся как 9:4. Определить боковую поверхность усеченной пирамиды. 4. Описать понятия и учебные	*1.* • *Имеется полное верное решение, включающее правильный ответ – 15–20 баллов* • *Дано верное решение, но получен неправильный ответ из-за арифметической* *ИЛИ* *решение недостаточно обосновано* *ИЛИ* *В решении имеются лишние или неверные записи, не отделенные от решения – 8–14 баллов* • *Имеется верное решение части уравнения, неравенства или задачи из-за логической ошибки – 1–7 баллов* • *Решение не дано* *ИЛИ* • *дано неверное решение – 0 баллов* • *Формулировки корректны, детализированы в подпунктах, их количество позволяет раскрыть содержание темы по существу – 15–20 баллов* • *Формулировки корректны, часть из них детализированы в подпунктах, их количество позволяет раскрыть содержание темы по существу* *ИЛИ* *Отдельные неточности в формулировках не искажают тему по существу – 8–14 баллов*

	технологии, необходимые для решения задачи: Синус угла между апофемами смежных боковых граней правильной четырехугольной пирамиды равен $\frac{\sqrt{5}}{3}$. Найти угол между боковым ребром и стороной основания. 5. Составить план изучение теоретического материала, необходимого для решения задачи: Высота цилиндра больше, чем радиус на 10 см. Полная поверхность цилиндра равна 144π см^2. Найти радиус цилиндра. 6. Организовать учебную деятельность для решения задачи: площади оснований правильной усеченной пирамиды соответственно равны 12 см^2 и 27 см^2. Определить высоту полной пирамиды, если высота усеченной равна 5 см.	• *Разработка по существу является простой, формулировки отражают суть темы* *ИЛИ* *Наряду с корректными имеются ошибочные формулировки, искажающие отдельные аспекты темы – 1–7 баллов* *Разработка не соответствует указанным выше требованиям* *ИЛИ* *представляет набор абстрактных формулировок, не отражающих специфики содержания темы – 0 баллов* 2. Грамотно осуществляет организацию учебной деятельности, адекватно оценивает полученный результат – 85-100%. Грамотно осуществляет организацию учебной деятельности, не оценивает результат деятельности – 65-84% Осуществляет организацию учебной деятельности с некоторыми незначительными методическими ошибками- 45-64% Осуществляет организацию учебной деятельности с грубыми методическими ошибками – 20-44% Не способен организовать учебную деятельность 0-19%

V. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

1) Рекомендуемая литература

а) Основная литература:

1. Глухова, О. Ю. Научные основы школьного курса математики : учебно-методическое пособие / О. Ю. Глухова. — Кемерово : КемГУ, 2021. — 121 с. — ISBN 978-5-8353-2809-3. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/197931

2. Миронова, С. В. Практикум по решению задач школьной математики: применение Web-квест технологии : учебно-методическое пособие / С. В. Миронова, С. В. Напалков. — 2-е изд., перераб. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 120 с. — ISBN 978-5-8114-2657-7. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/212549

б) Дополнительная литература:

1.Фетисов А. И. Геометрия в задачах: Пособие для учащихся школ и классов с углубленным теоретическим и практическим изучением математики / А.И. Фетисов ; Спецредактор А.Н. Земляков ; под ред. Л.М. Котовой ; худож. Б.Л. Николаев. - М. : Просвещение, 1977. - 193 с. ил Электронный ресурс. Режим доступа: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=447981

2. Асташова, И. В. Геометрия и топология : учебное пособие / И. В. Асташова, В. А. Никишкин. — Москва : Евразийский открытый институт, 2011. — 94 с. — ISBN 978-5-374-00489-2. — Текст : электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART : [сайт]. — URL: https://www.iprbookshop.ru/10645.html

2) Программное обеспечение

Google Chrome	бесплатное ПО
Яндекс Браузер	бесплатное ПО
Kaspersky Endpoint Security 10	акт на передачу прав ПК545 от 16.12.2022
Многофункциональный редактор ONLYOFFICE	бесплатное ПО
ОС Linux Ubuntu	бесплатное ПО

3) Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы

№ п/п	Вид информационного ресурса, наименование информационного ресурса	Адрес (URL)
1	ЭБС «ZNANIUM.COM»	https://znanium.com/

2	ЭБС «ЮРАИТ»	https://urait.ru/
3	ЭБС «Университетская библиотека онлайн»	https://biblioclub.ru/
4	ЭБС IPR SMART	http://www.iprbookshop.ru/
5	ЭБС «ЛАНЬ»	http://e.lanbook.com
6	ЭБС ТвГУ	http://megapro.tversu.ru/megapro/Web
7	Репозитарий ТвГУ	http://eprints.tversu.ru
8	Ресурсы издательства Springer Nature	http://link.springer.com/
9	СПС КонсультантПлюс (в сети ТвГУ)	

VI. Методические материалы для обучающихся по освоению дисциплины

Учебная программа курса

Тема 1. Метод координат в пространстве. Движения

1. Декартовы координаты в пространстве. Координаты точки. Координаты вектора.

2. Координаты суммы, разности векторов, координаты произведения данного вектора на число. Связь между координатами вектора и координатами точек.

3. Формула координаты середины отрезка. Длина вектора. Формула расстояния между двумя точками.

4. Угол между векторами. Скалярное произведение векторов.

5. Вычисление углов между прямыми и плоскостями.

6. Уравнение плоскости. Формулы расстояния от точки до плоскости.

7. Движения в пространстве: центральная, осевая и зеркальная симметрия, параллельный перенос.

Тема 2. Цилиндр, конус, шар

1. Цилиндр. Основания, образующая, боковая поверхность, высота. Развертка цилиндра. Осевые сечения и сечения, параллельные основанию. Формула площади поверхности цилиндра.

2. Конус, усечённый конус. Основание, вершина, образующая, боковая поверхность, ось, высота. Осевые сечения и сечения, параллельные основанию. Формула площади поверхности конуса. Развёртка.

3. Сфера и шар. Уравнение сферы. Взаимное расположение сферы и плоскости. Сечение сферы и шара плоскостью. Касательная плоскость к сфере. Площадь сферы.

4. Задачи на различные комбинации тел: многогранники (призмы и пирамиды), вписанные в сферу и описанные около сферы; призмы, вписанные в цилиндр и пирамиды, вписанные в конус; конус, вписанный в сферу, и сфера, вписанная в конус; сфера, вписанная в цилиндр, и цилиндр, вписанный в сферу.

Тема 3. Объемы тел

1. Понятие об объёме тела. Свойства объёмов. Формулы объёма прямоугольного параллелепипеда, куба, прямой призмы, основание которой прямоугольный треугольник. Формула объёма прямой призмы, цилиндра.
2. Вычисление объёмов тел с помощью определённого интеграла.
3. Отношение объёмов подобных тел.
4. Теорема об объёме наклонной призмы.
5. Формула объёма пирамиды. Формула объёма усечённой пирамиды.
6. Формула объёма конуса.
7. Формула объёма шара.
8. Понятие шарового сегмента, шарового слоя, шарового сектора. Формулы объёмов шарового сегмента, шарового слоя и шарового сектора. Формулы площади сферы, объёма шара.

Вопросы к экзамену

1. Декартовы координаты в пространстве. Координаты точки. Координаты вектора.
2. Координаты суммы, разности векторов, координаты произведения данного вектора на число. Связь между координатами вектора и координатами точек.
3. Формула координаты середины отрезка. Длина вектора. Формула расстояния между двумя точками.
4. Угол между векторами. Скалярное произведение векторов.

5. Вычисление углов между прямыми и плоскостями.
6. Уравнение плоскости. Формулы расстояния от точки до плоскости.
7. Движения в пространстве: центральная, осевая и зеркальная симметрия, параллельный перенос.
8. Цилиндр. Основания, образующая, боковая поверхность, высота. Развертка цилиндра. Осевые сечения и сечения, параллельные основанию. Формула площади поверхности цилиндра.
9. Конус, усечённый конус. Основание, вершина, образующая, боковая поверхность, ось, высота. Осевые сечения и сечения, параллельные основанию. Формула площади поверхности конуса. Развёртка.
10. Сфера и шар. Уравнение сферы. Взаимное расположение сферы и плоскости. Сечение сферы и шара плоскостью. Касательная плоскость к сфере. Площадь сферы.
11. Задачи на различные комбинации тел: многогранники (призмы и пирамиды), вписанные в сферу и описанные около сферы; призмы, вписанные в цилиндр и пирамиды, вписанные в конус; конус, вписанный в сферу, и сфера, вписанная в конус; сфера, вписанная в цилиндр, и цилиндр, вписанный в сферу.
12. Понятие об объёме тела. Свойства объёмов. Формулы объёма прямоугольного параллелепипеда, куба, прямой призмы, основание которой прямоугольный треугольник. Формула объёма прямой призмы, цилиндра.
13. Вычисление объёмов тел с помощью определённого интеграла.
14. Отношение объёмов подобных тел.
15. Теорема об объёме наклонной призмы.
16. Формула объёма пирамиды. Формула объёма усечённой пирамиды.
17. Формула объёма конуса.
18. Формула объёма шара.
19. Понятие шарового сегмента, шарового слоя, шарового сектора.
20. Формулы объёмов шарового сегмента, шарового слоя и шарового сектора. Формулы площади сферы, объёма шара.

Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Организуя свою учебную работу, студенты должны:

Во-первых, выявить рекомендуемый режим и характер учебной работы по изучению теоретического курса, практическому применению изученного материала, по выполнению заданий для самостоятельной работы, по использованию информационных технологий и т.д.

Во-вторых, ознакомиться с указанным в методическом материале по дисциплине перечнем учебно-методических изданий, рекомендуемых студентам для подготовки к занятиям и выполнения самостоятельной работы, а также с методическими материалами на бумажных и/или электронных носителях, выпущенных кафедрой своими силами и предоставляемые студентам во время занятий.

Самостоятельная работа студентов, предусмотренная учебным планом должна соответствовать более глубокому усвоению изучаемого курса, формировать навыки исследовательской работы и ориентировать студентов на умение применять теоретические знания на практике.

1. Работа с учебными пособиями. Для полноценного усвоения курса студент должен, прежде всего, овладеть основными понятиями этой дисциплины. Необходимо усвоить определения и понятия, уметь приводить их точные формулировки, приводить примеры объектов, удовлетворяющих этому определению. Кроме того, необходимо знать круг фактов, связанных с данным понятием. Требуется также знать связи между понятиями, уметь устанавливать соотношения между классами объектов, описываемых различными понятиями.

2. Самостоятельное изучение тем. Самостоятельная работа студента является важным видом деятельности, позволяющим хорошо усвоить изучаемый предмет и одним из условий достижения необходимого качества подготовки и профессиональной переподготовки специалистов. Она предполагает самостоятельное изучение студентом рекомендованной учебно-методической литературы, различных справочных материалов, написание рефератов, выступление с докладом, подготовку к лекционным и практическим занятиям, подготовку к зачёту и экзамену.

3. Подготовка к практическим занятиям. При подготовке к практическим занятиям студентам рекомендуется следовать методическим рекомендациям по работе с учебными пособиями, приведенным выше.

4. Составление глоссария. В глоссарий должны быть включены основные понятия, которые студенты изучают в ходе самостоятельной работы. Для полноты исследования рекомендуется вписывать в глоссарий и те термины, которые студентам будут раскрыты в ходе лекционных занятий.

5. Составление конспектов. В конспекте отражены основные понятия темы. Для наглядности и удобства запоминания использованы схемы и таблицы.

6. Подготовка к экзамену. При подготовке к экзамену студенты должны использовать как самостоятельно подготовленные конспекты, так и материалы, полученные в ходе занятий.

Качество усвоения студентом каждой дисциплины оценивается по 100-балльной шкале.

Интегральная рейтинговая оценка (балл) по каждому (периоду обучения) складывается из оценки текущей работы студентов на семинарских, практических и лабораторных занятиях, выполнения индивидуальных творческих заданий и др. и оценки за выполнение студентом учебного задания при рейтинговом контроле успеваемости. При этом доля баллов, выделенных на рейтинговый контроль не должна превышать 50% общей суммы баллов данного модуля (периода обучения).

Сумма рейтинговых баллов по учебной дисциплине, заканчивающейся экзаменом, по итогам семестра составляет 60 (30 баллов – 1-й модуль и 30 баллов – 2-й модуль).

Студенту, набравшему 40—54 балла, при подведении итогов семестра (на последнем занятии по дисциплине) в экзаменационной ведомости и зачетной книжке может быть выставлена оценка «удовлетворительно».

Студенту, набравшему 55-60 баллов, при подведении итогов семестра (на последнем занятии по дисциплине) в графе экзаменационной ведомости

«Премиальные баллы» может быть добавлено 15 баллов и выставлена экзаменационная оценка «хорошо». В каких-либо иных случаях добавление премиальных баллов не допускается. Оценку «отлично» студент может получить только на экзамене.

Студент, набравший до 39 баллов включительно, сдает экзамен. При наличии подтверждённых документально уважительных причин, по которым были пропущены занятия (длительная болезнь, обучение в другом вузе в рамках студенческой мобильности и др.), студент имеет право отработать пропущенные занятия и получить дополнительные баллы в рамках установленных баллов за модуль.

Согласно подходам балльно-рейтинговой системы в рамках оценки знаний, умений, владений (умений применять) и (или) опыта деятельности дисциплины установлены следующие аспекты:

- Содержание учебной дисциплины в рамках одного семестра делится на два модуля (периода обучения). По окончании модуля (периода обучения) осуществляется рейтинговый контроль успеваемости знаний студентов.

- Сроки проведения рейтингового контроля:

осенний семестр – I рейтинговый контроль успеваемости проводится согласно графику учебного процесса, II рейтинговый контроль успеваемости - две последние недели фактического завершения семестра по графику учебного процесса;

весенний семестр – I рейтинговый контроль успеваемости проводится согласно графику учебного процесса, II рейтинговый контроль успеваемости - две последние недели фактического завершения семестра по графику учебного процесса.

VII. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Наименование специальных* помещений и помещений для самостоятельной работы	**Оснащенность специальных помещений и помещений для**	**Перечень лицензионного программного обеспечения. Реквизиты подтверждающего документа**

	самостоятельной работы	
Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, *учебная аудитория:* **№ 203** *(170002 Тверская обл., г. Тверь, пер. Садовый, д. 35)*	Комплект учебной мебели, интерактивная система со встроенным проектором, компьютер (системный блок, монитор, клавиатура, мышь) 1 шт., рециркулятор	Google Chrome – бесплатно Kaspersky Endpoint Security 10 для Windows – Акт на передачу прав ПК545 от 16.12.2022 Lazarus – бесплатно OpenOffice – бесплатно Многофункциональный редактор ONLYOFFICE бесплатное ПО – бесплатно ОС Linux Ubuntu бесплатное ПО – бесплатно

VIII. Сведения об обновлении рабочей программы дисциплины

№ п.п.	Обновленный раздел рабочей программы дисциплины	Описание внесенных изменений	Дата и № протокола заседания кафедры / методического совета факультета, утвердившего изменения
1.	V. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины	1) Рекомендуемая литература – актуализация списка	Решение научно-методического совета математического факультета (протокол №1 от 20.09.2022 г.)
2.	V. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины	1) Рекомендуемая литература – актуализация списка	Решение научно-методического совета математического факультета (протокол №1 от 19.09.2023 г.)