

Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Смирнов Сергей Николаевич  
Должность: врио ректора  
Дата подписания: 24.11.2023 15:19:54  
Уникальный программный ключ:  
69e375c64f7e975d4e8830e7b4fcc2ad1bf35f08

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
ФГБОУ ВО «Тверской государственный университет»

Утверждаю:

Руководитель ООП:

С.М.Дудаков

2022 г.



Рабочая программа дисциплины (с аннотацией)

## ТЕОРИЯ ИГР И ИССЛЕДОВАНИЕ ОПЕРАЦИЙ

Направление подготовки

01.03.02 Прикладная математика и информатика

Профиль подготовки

Системный анализ

Для студентов 4 курса очной формы обучения

Составитель: д.т.н. Михно В.Н.

Тверь, 2022

## **I. Аннотация**

### **1. Цель и задачи дисциплины**

Целями и задачами освоения дисциплины являются: ознакомление студентов с теоретическими и практическими основами построения и анализа моделей теории игр и исследования операций, а также с математическими методами поиска оптимальных решений задач, представляемых данными моделями.

### **2. Место дисциплины в структуре ООП**

Дисциплина «Теория игр и исследование операций» относится к Блоку 1, части, формируемой участниками образовательных отношений, раздела «Элективные дисциплины 3» учебного плана. Для освоения дисциплины требуются знания основ теории вероятностей и математической статистики, математического анализа, линейной алгебры, методов оптимизации.

**3. Объем дисциплины:** 3 зачетных единиц, 108 академических часов, в том числе:

**контактная аудиторная работа:** практические занятия 40 часов; в т.ч практическая подготовка 4 часа, **контактная внеаудиторная работа:** контроль самостоятельной работы -10, в том числе РГР -10;

**самостоятельная работа:** 58 часов, в том числе контроль -0.

### **4. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы**

Планируемые результаты освоения образовательной программы (формируемые компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине
<b>ПК-2 Способность разрабатывать и совершенствовать математические модели и методы для решения задач системного анализа</b>	ПК-2.1 Применяет методологию системного анализа для постановки метода решения прикладных задач ПК-2.2 Разрабатывает и (или) модифицирует математические модели и методы применительно к исследуемой задаче
<b>ПК-3 Способность собирать, обрабатывать и анализировать данные для решения прикладных задач</b>	ПК-3.1 Осуществляет сбор и проводит анализ свойств исходных данных по прикладной задаче ПК-3.2 Применяет современные методы обработки и анализа данных для информационного обеспечения решения прикладных задач

**5. Форма промежуточной аттестации и семестр прохождения** зачет, РГР, 8 семестр.

**6. Язык преподавания** русский.

**II. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий**

Учебная программа – наименование разделов и тем	Всего (час.)	Контактная работа (час.)				Контроль самостоят ельной работы (в том числе РГР)	Самосто ятельна я работа, в том числе Контрол ь (час.)
		Лекции		Практические занятия			
		всего	в т.ч. пр актич еская подго товка	всего	в т.ч. пр актич еская подго товка		
1. Общие сведения о моделях и основных принципах исследования операций (1.1, 1.2)	32	-	-	10	0	2	20
2. Оценка эффективности стратегий (2.1, 2.2)	30	-	-	10	0	2	18
3. Игровые модели анализа операций (3.1 – 3.5)	46	-	-	20	4	6	20
<b>ИТОГО</b>	<b>108</b>	<b>-</b>	<b>-</b>	<b>40</b>	<b>4</b>	<b>10</b>	<b>58</b>

**Для студентов очной формы обучения**

**Учебная программа**

**1. Общие сведения о моделях и основных принципах исследования операций**

1.1. Определение и обобщенная схема операции. Оперирующая сторона. Контролируемые и неконтролируемые факторы. Математическая модель операции. Примеры моделей.

1.2. Цели операции. Критерии эффективности. Векторные критерии эффективности.

**2. Оценка эффективности стратегий (решений)**

2.1. Оценка эффективности при наличии неконтролируемых факторов. Сравнение эффективности стратегий. Примеры оценки эффективности стратегий.

2.2. Оценка эффективности при наличии случайных факторов.

**3. Игровые модели анализа операций.**

3.1. Конечные антагонистические (матричные) игры. Принцип оптимальности. Смешанное расширение матричных игр. Теорема о минимаксе. Методы решения матричных игр. Примеры приложений матричных игр.

3.2. Бесконечные антагонистические игры (основные понятия). Решение бесконечных антагонистических игр. Примеры приложений.

3.3. Бескоалиционные игры  $n$  лиц. Примеры приложений теории бескоалиционных игр.

3.4. Кооперативные игры. Арбитражные схемы. Классические кооперативные игры. Примеры приложений теории кооперативных игр.

3.5. Основные понятия моделей многошаговых игр и их приложения.

### III. Образовательные технологии

Учебная программа – наименование разделов и тем (в строгом соответствии с разделом II РПД)	Вид занятия	Образовательные технологии
1. Общие сведения о моделях и основных принципах исследования операций (1.1, 1.2)	Установочный разбор теоретического материала, практические занятия	1. Изложение теоретического материала 2. Решение задач
2. Оценка эффективности стратегий (2.1, 2.2)	Установочный разбор теоретического материала, практические занятия	1. Изложение теоретического материала 2. Решение задач
3. Игровые модели анализа операций (3.1 – 3.5)	Установочный разбор теоретического материала, практические занятия	1. Изложение теоретического материала 2. Решение задач

В процессе освоения дисциплины используются следующие образовательные технологии: установочные лекции, практические занятия, выполнение расчетно-графических работ, различные формы самостоятельной работы студентов с использованием интернет – ресурсов и пакетов прикладных программ. Форма проведения практических занятий - решение тестовых задач по математическому моделированию экономических процессов, поиск и анализ оптимальных решений моделируемых задач с использованием программной реализации изучаемых алгоритмов и методов.

### IV. Оценочные материалы для проведения текущей и промежуточной аттестации

#### *Текущая аттестация*

**Банк контрольных вопросов и заданий по учебной дисциплине:**

#### *Общие сведения о моделях и основных принципах исследования операций*

1. Сформулируйте понятия операции, оперирующей стороны, стратегии, критерия, однокритериальной и многокритериальной оценки (эффективности) стратегии.
2. Какие факторы называются контролируруемыми, а какие неконтролируемыми оперирующей стороной?
3. Определите обобщенную схему операции.

4. Что такое математическая модель операции и ее компоненты?

### ***Оценка эффективности стратегий (решений)***

1. Сформулируйте принципы оценки эффективности операции при наличии неконтролируемых факторов.
2. Как проводится сравнение эффективности стратегий?
3. Приведите примеры операций и оценки в них эффективности стратегий при отсутствии случайных факторов.
4. Сформулируйте основные положения оценки эффективности при наличии случайных факторов.
5. Дайте определения наиболее распространенных математических однокритериальных моделей выбора стратегий в условиях полной неопределенности: модели чрезмерного пессимизма (Вальда), чрезмерного оптимизма, оптимизма-пессимизма (Гурвица), наименьшего сожаления (Сэвиджа).
6. Дайте определения однокритериальных моделей выбора стратегий в условиях стохастической неопределенности: критерий максимума ожидаемого выигрыша; критерий минимума среднего риска.
7. Перечислите основные модели и принципы оптимальности выбора стратегий при многокритериальных оценках стратегий.

### ***Игровые модели анализа операций.***

8. Дайте определение конечной антагонистической игры.
9. Почему конечные антагонистические игры называют матричными?
10. Дайте понятие нижнего и верхнего значения игры.
11. Сформулируйте понятия принципа оптимальности в матричной игре и опишите схему нахождения седловой точки.
12. Всегда ли существует решение в чистых стратегиях конечной антагонистической игры? Поясните ответ на примере.
13. Сформулируйте понятия смешанной стратегии игроков и смешанного расширения матричной игры.
14. Сформулируйте теорему о минимаксе.
15. Определите понятия ситуации равновесия, оптимальной стратегии игрока.
16. Сформулируйте теорему существования оптимальных стратегий.
17. Дайте понятие спектра смешанной стратегии игрока.
18. Что означает отношение строгого доминирования и доминирование между стратегиями?
19. Сформулируйте теорему о строго доминируемых стратегиях игроков.
20. Сформулируйте теорему о значении игры.
21. Как определяется подыгра?
22. Сформулируйте теоремы о подыграх.
23. Опишите схему прямых методов решения матричных игр.
24. Сформулируйте теоремы, лежащие в основе сведения задачи нахождения решения матричной игры к паре двойственных задач линейного программирования.
25. Опишите связь решений пары двойственных задач линейного программирования с решением игры и обоснуйте эту связь.

26. В чем отличие игр с ненулевой суммой от антагонистических игр? Чем отличаются некооперативные игры от кооперативных?
27. Определите принцип равновесия по Нэшу.
28. Дайте понятия и геометрическую интерпретацию Парето-оптимального множества, переговорного множества и решения Нэша для кооперативных игр.
29. Дайте понятие и определите особенности позиционных игр.
30. Приведите примеры многошаговых (позиционных) игр.

### Типовые примеры заданий на контрольные работы:

**1. Составление моделей операций и оценка эффективности стратегий** (требуется описать контролируемые и неконтролируемые факторы, критерий эффективности и множество стратегий оперирующей стороны, а также найти оценки эффективности стратегий).

1). Форма расположения города – круг  $G$  радиуса  $R$ . Предполагается, что из любой точки города можно проехать на машине в любую другую точку по прямой линии и что машины движутся по городу с постоянной скоростью. Решается вопрос о размещении в городе трех пожарных частей. Нужно так выбрать точки расположения пожарных частей, чтобы до возникшего в точке  $y \in G$  пожара можно было скорее всего добраться. Составить модель операции. Найти оценку эффективности произвольной стратегии.

2). Два предприятия производят один вид продукции и называют на нее цены; при этом первое предприятие не знает предполагаемого выпуска и цены на продукцию второго. Пусть  $D$  - потребность рынка в продукции, а  $u$  и  $v$  - количество продукции, производимой соответственно первым и вторым предприятиями, причем  $u, v \leq K$ , где  $K$  задает ограничения на производственные мощности обоих предприятий. Пусть  $p$  и  $q$  - цены единицы продукции, назначаемые первым и вторым предприятиями и удовлетворяющие неравенствам  $a \leq p \leq b, a \leq q \leq b$ , где  $a$  - себестоимость (цена единицы) продукции. Предполагается, что вначале покупается более дешевая продукция, а если цены равны, то покупается продукция второго предприятия. Будем считать, что оперирующей стороной является первое предприятие, цель которого состоит в получении как можно большей прибыли от продажи произведенной продукции. Составить модель операции. Найти оценку эффективности произвольной стратегии, если:

- а) цель второго предприятия неизвестна;
- б) цель второго предприятия известна и задается критерием, аналогичным критерию первого; кроме того, второму предприятию известна стратегия первого предприятия.

### 2. Конечные антагонистические (матричные) игры.

1). Показать, что матричная игра с матрицей выигрышей  $H = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \\ a & d \\ c & b \end{pmatrix}$  имеет

решение в чистых стратегиях, и найти.

2). Найти хотя бы одно решение матричной игры с матрицей выигрышей

$$H = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 0 & 1 \\ 2 & 3 & 0 \end{pmatrix}.$$

### 3. Бескоалиционные игры.

1). Имеется  $s$  предприятий, которые выпускают (бесконечно-делимый) товар одного вида. Себестоимость единицы товара для  $k$ -го предприятия равна  $c_k$ . Если  $K$  - общее количество товара на рынке, то цена единицы товара рынка  $p = \max\{a - Kb, 0\}$ , где  $a$  и  $b$  - положительные числа. Производственные мощности предприятий не ограничены, и они независимо друг от друга выбирают количество производимого товара. Весь произведенный товар продается по цене  $p$ . Цель каждого предприятия состоит в том, чтобы получить наибольшую прибыль от продажи товара. Предполагается, что  $c_k < a, k = 1, \dots, s$ .

а). Описать бескоалиционную игру и найти ситуацию равновесия.

б). Какие предприятия следует считать нерентабельными? Показать на примере, что при изменении параметра  $a$  нерентабельность одного предприятия может вызвать нерентабельность других.

### 4. Кооперативные игры.

1). Найти ядро и решение в кооперативной игре  $\{I, v\}$  трех лиц с характеристической функцией:  $v(I) = 9, v(23) = 7, v(13) = v(12) = 4, v(i) = 0, i = 1, 2, 3$ .

### Промежуточная аттестация

ПК-2 - способность разрабатывать и совершенствовать математические модели и методы для решения задач системного анализа

ПК-2.1 Применяет методологию системного анализа для постановки метода решения прикладных задач.

ПК-2.2 Разрабатывает и (или) модифицирует математические модели и методы применительно к исследуемой задаче.

ПК-3 - способность собирать, обрабатывать и анализировать данные для решения прикладных задач.

ПК-3.1 Осуществляет сбор и проводит анализ свойств исходных данных по прикладной задаче.

ПК-3.2 Применяет современные методы обработки и анализа данных для информационного обеспечения решения прикладных задач.

### *Теоретические вопросы для подготовки к зачету*

1. Понятия операции, оперирующей стороны, стратегии, критерия, однокритериальной и многокритериальной оценки стратегии.
2. Классификация задач выбора стратегий (решений) по степени информированности о последствиях (исходах) применения стратегий.

3. Однокритериальные модели выбора стратегий в условиях полной неопределенности: модели чрезмерного пессимизма (Вальда), чрезмерного оптимизма, оптимизма-пессимизма (Гурвица), наименьшего сожаления (Сэвиджа).
4. Однокритериальные модели выбора стратегий в условиях стохастической неопределенности: критерий максимума ожидаемого выигрыша; критерий минимума среднего риска.
5. Понятие оптимальности по бинарному отношению: максимумы, минимумы, мажоранты и миноранты по бинарному отношению.
6. Понятие нормальной функции выбора решений.
7. Отношение лексикографии и модель лексикографии выбора стратегий.
9. Отношение Парето и Парето-оптимальные стратегии (решения).
11. Антагонистическая игра; конечная антагонистическая игра. Процесс разыгрывания антагонистической игры. Матричное представление конечной антагонистической игры.
12. Принцип оптимальности: максиминная и минимаксная стратегии игроков. Лемма<sup>1, 2</sup> (о максиминных и минимаксных стратегиях). Принцип максимина и равновесия, седловая точка и схема ее нахождения.
13. Смешанные стратегии игроков и смешанное расширение матричной игры. Теорема о минимаксе.
14. Ситуация равновесия. Определение оптимальной стратегии игрока. Теорема существования оптимальных стратегий.
14. Спектр смешанной стратегии игрока. Строгое доминирование и доминирование. Теорема о строго доминируемых стратегиях игроков.
15. Теорема о значении игры. Понятие подыгры.
16. Теоремы 1, 2, 3 о подыгре. Теорема о положительном линейном преобразовании игры.
18. Классификация методов решения матричных игр. Утверждение об оптимальных стратегиях игры  $2 \times 2$ .
19. Схема прямых методов решения матричных игр.
20. Сведение задачи нахождения решения матричной игры к паре двойственных задач линейного программирования.
21. Игры с ненулевой суммой (бескоалиционные и кооперативные игры). Принцип равновесия по Нэшу.
22. Геометрическая иллюстрация дележа выигрыша в кооперативной игре при выборе оптимального дележа по Нэшу.
23. Понятие и особенности позиционных игр. Примеры многошаговых (позиционных) игр.

Способ проведения – письменный.

Критерии оценивания:

Задача решена (или теоретический вопрос раскрыт) полностью - 6 баллов;

Решение задачи (или раскрытие теоретического вопроса) содержит неточности и незначительные ошибки - 4 балла;



Решение задачи (или раскрытие теоретического вопроса) содержит грубые ошибки - 2 балла.

Общая оценка (по баллам) согласуется с положением о рейтинговом контроле знаний студентов, принятом в ТвГУ.

## V. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

### 1) Рекомендуемая литература

#### а) Основная литература:

1. Салмина Н.Ю. Теория игр [Электронный ресурс] : учебное пособие / Н.Ю. Салмина. — Электрон. текстовые данные. — Томск: Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники, Эль Контент, 2015. — 107 с. — 2227-8397. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/69994.html>
2. Теория игр [Электронный ресурс]: Учебное пособие / Сапронов И.В., Уточкина Е.О., Раецкая Е.В. - Воронеж:ВГЛУ им. Г.Ф. Морозова, 2013. - 204 с. - Режим доступа: <http://znanium.com/go.php?id=858524>

#### б) Дополнительная литература:

1. Лемешко Б.Ю. Теория игр и исследование операций [Электронный ресурс]: конспект лекций / Б.Ю. Лемешко. — Электрон. текстовые данные. — Новосибирск: Новосибирский государственный технический университет, 2013. — 167 с. — 978-5-7782-2198-7. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/45446.html>
2. Костевич Л.С. Исследование операций. Теория игр [Электронный ресурс]: учебное пособие / Л.С. Костевич, А.А. Лапко. — Электрон. текстовые данные. — Минск: Вышэйшая школа, 2008. — 368 с. — 978-985-06-1308-0. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/20076.html>

### 2) Программное обеспечение

<b>Компьютерный класс факультета прикладной математики и кибернетики № 46 (170002, Тверская обл., г.Тверь, Садовый переулок, д.35)</b>	
Adobe Acrobat Reader DC - Russian	бесплатно
Apache Tomcat 8.0.27	бесплатно
Cadence SPB/OrCAD 16.6	Государственный контракт на поставку лицензионных программных продуктов 103 - ГК/09 от 15.06.2009
GlassFish Server Open Source Edition 4.1.1	бесплатно
Google Chrome	бесплатно
Java SE Development Kit 8 Update 45 (64-bit)	бесплатно
JetBrains PyCharm Community Edition 4.5.3	бесплатно

JetBrains PyCharm Edu 3.0	бесплатно
Kaspersky Endpoint Security 10 для Windows	Акт на передачу прав ПК545 от 16.12.2022
Lazarus 1.4.0	бесплатно
Mathcad 15 M010	Акт предоставления прав ИС00000027 от 16.09.2011
MATLAB R2012b	Акт предоставления прав № Us000311 от 25.09.2012
Многофункциональный редактор ONLYOFFICE бесплатное ПО	бесплатно
ОС Linux Ubuntu бесплатное ПО	бесплатно
MiKTeX 2.9	бесплатно
MSXML 4.0 SP2 Parser and SDK	бесплатно
NetBeans IDE 8.0.2	бесплатно
NetBeans IDE 8.2	бесплатно
Notepad++	бесплатно
Oracle VM VirtualBox 5.0.2	бесплатно
Origin 8.1 Sr2	договор №13918/M41 от 24.09.2009 с ЗАО «СофтЛайн Трейд»
Python 3.1 pygame-1.9.1	бесплатно
Python 3.4 numpy-1.9.2	бесплатно
Python 3.4.3	бесплатно
Python 3.5.1 (Anaconda3 2.5.0 64-bit)	бесплатно
WCF RIA Services V1.0 SP2	бесплатно
WinDjView 2.1	бесплатно
R Studio	бесплатно
Anaconda3 2019.07 (Python 3.7.3 64-bit)	бесплатно

3) Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы

1. ЭБС «ZNANIUM.COM» [www.znanium.com](http://www.znanium.com);
2. ЭБС «Университетская библиотека онлайн» <https://biblioclub.ru/>;
3. ЭБС «Лань» <http://e.lanbook.com>.

Виртуальная образовательная среда ТвГУ (<http://moodle.tversu.ru>)

Научная библиотека ТвГУ (<http://library.tversu.ru>)

4) Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины  
Интернет-университет <http://www.intuit.ru>

**VI. Методические материалы для обучающихся по освоению дисциплины**

Важной составляющей данного раздела РПД являются требования к рейтинг-контролю с указанием баллов, распределенных между модулями и видами работы обучающихся.

Максимальная сумма баллов по учебной дисциплине, заканчивающейся зачетом, по итогам семестра составляет 100 баллов (50 баллов - 1-й модуль и 50 баллов - 2-й модуль).

Студенту, набравшему 40 баллов и выше по итогам работы в семестре, в экзаменационной ведомости и зачетной книжке выставляется оценка «зачтено». Студент, набравший до 39 баллов включительно, сдает зачет.

Распределение баллов по модулям устанавливается преподавателем и может корректироваться.

Методические указания по усвоению теоретического материала.

Перечень задач для самостоятельного решения.

Тесты и задания для самоконтроля.

#### ***Тематика расчетно-графических работ (РГР) по дисциплине***

1. Принципы решения бесконечных антагонистических игр.
2. Игровая модель распределения поисковых усилий.
3. Теоретико-игровая модель антагонистической конкуренции двух фирм (конечномерный случай).
4. Теоретико-игровая модель антагонистической конкуренции двух фирм (бесконечномерный случай).
5. Теоретико-игровая модель задачи захвата рынков сбыта.
6. Детерминированные многошаговые игры.
7. Стохастические многошаговые игры.
8. Теоретико-игровая модель динамики волейбола.
9. Теоретико-игровая модель неантагонистической конкуренции.
10. Модель бескоалиционной игры задачи захвата рынков сбыта.
11. Теоретико-игровая модель выпуска фирмой побочной продукции.
12. Арбитражные схемы в кооперативных играх.
13. Рекурсивные игры.
14. Теоретико-игровая модель распределения расходов в между членами кооператива.
15. Теоретико-игровая модель распределения доходов в неантагонистических конфликтах.

#### **Распределение баллов между модулями и видами работ:**

1-й модуль – 24 баллов (12 баллов текущая работа + 12 баллов контрольная работа);

2-й модуль – 24 баллов (12 баллов текущая работа + 12 баллов контрольная работа);

Расчетно-графическая работа – 10 баллов;

Промежуточная аттестация – 42 баллов.

Для получения зачета необходимо набрать не менее 40 баллов (с учетом обязательного получения не менее 5 баллов за расчетно-графическую работу).

### **VII. Материально-техническое обеспечение**

Для аудиторной работы.

Учебная аудитория № 318 170002, Тверская обл., г.Тверь, Садовый переулок, д.35	Набор учебной мебели, экран, проектор.
--	--

Для самостоятельной работы.

Помещение для самостоятельной работы Компьютерный класс № 46	Компьютер, экран, проектор, кондиционер.
--	---

### **VIII. Сведения об обновлении рабочей программы дисциплины**

<b>№ п.п.</b>	<b>Обновленный раздел рабочей программы дисциплины</b>	<b>Описание внесенных изменений</b>	<b>Реквизиты документа, утвердившего изменения</b>
1.	I. 3. Объем дисциплины	Выделение часов на практическую подготовку	От 29.10.2020 года, протокол № 3 ученого совета факультета
2.	II. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий	Выделение часов на практическую подготовку по темам	От 29.10.2020 года, протокол № 3 ученого совета факультета
3.	11. 2) Программное обеспечение	Внесены изменения в программное обеспечение	От 29.09.2022 года, протокол № 2 ученого совета факультета

4.	13. Материально-техническое обеспечение	Внесены изменения в материально-техническое обеспечение аудиторий	От 29.09.2022 года, протокол № 2 ученого совета факультета
5.	11. 2) Программное обеспечение	Внесены изменения в список ПО	От 24.08.2023 года, протокол № 1 ученого совета факультета
6.	V. 1) Рекомендуемая литература	Обновление ссылок на литературу	От 24.08.2023 года, протокол № 1 ученого совета факультета